



**Miguel David Matias Rodrigues**  
Licenciado em Ciências da Engenharia Mecânica

**Análise da Influência dos Desvios  
Geométricos na Folga Entre  
Componentes de um Sistema Mecânico  
– Estudo de Caso num Produto da  
Indústria Automóvel**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia  
Mecânica

Orientador: António J. F. Mourão, Doutor, Faculdade de  
Ciências e Tecnologia

Júri:

Presidente: Prof. Doutor António Manuel Flores Romão de Azevedo  
Gonçalves Coelho  
Vogais: Prof. Doutor António José Freire Mourão  
Prof. Doutor Alberto José Antunes Marques Martinho



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Setembro 2013**



Análise da Influência dos Desvios Geométricos na Folga Entre Componentes de um Sistema Mecânico – Estudo de Caso num Produto da Indústria Automóvel

Copyright © 2013 Miguel David Matias Rodrigues

Faculdade Ciências e Tecnologia,

Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



## AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer ao meu caro orientador, Professor Doutor António Mourão, pela oportunidade de realizar a presente dissertação. Pela sua permanente disponibilidade, ajuda e incentivo, por todas as sugestões, críticas e correcções, pela confiança depositada no meu desempenho e, finalmente, por se ter mostrado mais que um Professor.

Ao Engenheiro Nuno Guerin por proporcionar o caso de estudo, pela sua disponibilidade em fornecer a informação necessária para a concretização da dissertação. Também ao Professor Doutor António Coelho pelas suas sugestões e críticas no desenvolvimento do trabalho. Ao Engenheiro Armando Silva pela disponibilidade no envio de informação relativa ao sistema mecânico estudado. E ao Engenheiro Pedro Carvalho pelo tempo disponibilizado para esclarecimento de algumas dúvidas.

Gostaria muito especialmente de agradecer ao meu pai, Vítor, à minha mãe, Dulce, ao meu irmão, João e à minha irmã, Sandra, por tudo o que consegui até hoje e que espero conseguir no futuro. Pela influência que foram e continuam a ser na minha vida. Um gigante obrigado!

Gostaria também de agradecer à Pandilha, especialmente ao Filipe Dias, ao João Fernandes, ao João Quirino, ao Tiago Doreis e ao Tiago Sena, para vocês meus caros amigos, um muito obrigado. Pela vossa amizade, companheirismo e suporte ao longo de todos estes anos e, aproveito para agradecer já, pelos que certamente se seguirão.



## **RESUMO**

O objectivo da dissertação é realizar uma análise dos desvios geométricos dos componentes de um sistema mecânico, com vista a averiguar qual a sua influência na folga especificada para uma montagem.

O estudo surge na continuação de um outro onde foi realizada uma análise de tolerâncias dimensionais de um sistema mecânico e que levanta a dúvida de que as tolerâncias geométricas poderão influenciar a folga entre componentes. Neste sentido, foi realizada uma análise de tolerâncias dimensionais e geométricas, assim como uma análise da influência de cada tolerância na variação da folga.

Devido à complexidade do sistema, este, foi dividido em dois subsistemas (duas montagens) para análises independentes. Estas análises, uma bidimensional e a outra unidimensional, consideram os componentes nas configurações que originarão o desvio máximo e mínimo na folga em análise. Posteriormente foram combinados os resultados de forma a obter a variação total da folga.

Finalmente, através da comparação com os resultados do estudo anterior, verificou-se que a inclusão de tolerâncias geométricas na análise de tolerâncias do sistema mecânico resultou num aumento de 129% da variação da folga.

## **PALAVRAS-CHAVE**

Análise de tolerâncias

Tolerâncias geométricas

Sistema mecânico

Influência de tolerâncias

Folga





## **ABSTRACT**

The purpose of this thesis is to analyze the geometric deviations of the components of a mechanical assembly in order to ascertain their influence on a specified clearance for an assembly.

The study appears in the continuation of another one, where an analysis of dimensional tolerances of a mechanical assembly was made and raised the question that the geometric tolerances may influence the clearance between components. In this regard, an analysis of dimensional and geometric tolerances was made, as well as an analysis of the influence of each tolerance in the variation of the clearance.

Due to the complexity of the system, it was split into two subsystems (two assemblies) for independent analysis. These analysis, one one-dimensional and the other two-dimensional, consider the components in their configurations which originate the maximum and minimum clearance. Subsequently the results were combined to obtain the total variation of the clearance.

Finally, by comparison of the results to those obtained on the previous study, it was found that the inclusion of geometric tolerances in the tolerance analysis resulted in a 129% increase on the variation of the clearance.

## **KEY-WORDS**

Tolerance analysis

Geometric tolerance

Mechanical assembly

Tolerance influence

Clearance



# ÍNDICE DE MATÉRIAS

|                                                                                           |      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| AGRADECIMENTOS .....                                                                      | v    |
| RESUMO .....                                                                              | vii  |
| ABSTRACT .....                                                                            | ix   |
| ÍNDICE DE MATÉRIAS .....                                                                  | xi   |
| ÍNDICE DE FIGURAS .....                                                                   | xiii |
| ÍNDICE DE TABELAS .....                                                                   | xv   |
| LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS, SÍMBOLOS .....                                             | xvii |
| 1. INTRODUÇÃO .....                                                                       | 1    |
| 1.1. Objectivos.....                                                                      | 1    |
| 1.2. Motivação.....                                                                       | 1    |
| 1.3. Organização da Dissertação .....                                                     | 3    |
| 2. CONCEITOS FUNDAMENTAIS .....                                                           | 5    |
| 2.1. Enquadramento.....                                                                   | 5    |
| 2.2. Análise de Tolerâncias – Generalidades.....                                          | 6    |
| 2.3. Revisão dos Principais Métodos de Análise de Tolerâncias .....                       | 7    |
| 2.3.1. Método de Tabelas de Tolerâncias .....                                             | 7    |
| 2.3.2. Métodos Paramétrico Linear e Não Linear .....                                      | 9    |
| 2.3.3. Método Cinemático.....                                                             | 11   |
| 2.4. Outros Métodos Utilizados.....                                                       | 13   |
| 2.4.1. Controlo da Influência de Tolerâncias .....                                        | 13   |
| 2.4.2. Inclusão de Tolerâncias Geométricas de Posição Circulares e de Desvios Cinemáticos | 14   |
| 3. ESTUDO DE CASO .....                                                                   | 17   |
| 3.1. Descrição do Sistema Mecânico e Definição do Caso .....                              | 17   |
| 3.2. Montagem Interior – Análise de Tolerâncias .....                                     | 19   |
| 3.2.1. Introdução .....                                                                   | 19   |

|        |                                                          |    |
|--------|----------------------------------------------------------|----|
| 3.2.2. | Obtenção da Função <b>HTotal</b> Inicial.....            | 20 |
| 3.2.3. | Funções Independentes – Contribuidores .....             | 24 |
| 3.2.4. | Obtenção da Função <b>HTotal</b> Final.....              | 32 |
| 3.2.5. | Cálculo da Distância Máxima e Mínima .....               | 36 |
| 3.3.   | Montagem Exterior – Análise de Tolerâncias .....         | 39 |
| 3.3.1. | Introdução .....                                         | 39 |
| 3.3.2. | Cotas e Tolerâncias Utilizadas.....                      | 40 |
| 3.3.3. | Configuração dos Componentes e da Montagem .....         | 42 |
| 3.3.4. | Cálculo da Distância Máxima e Mínima .....               | 45 |
| 3.4.   | Combinação dos Efeitos .....                             | 48 |
| 3.5.   | Análise da Influência.....                               | 48 |
| 3.5.1. | Montagem Interior .....                                  | 49 |
| 3.5.2. | Montagem Exterior .....                                  | 50 |
| 4.     | CONCLUSÃO .....                                          | 53 |
| 5.     | REFERÊNCIAS .....                                        | 57 |
| 6.     | ANEXOS.....                                              | 59 |
| 6.1.   | Ficheiros <i>MatLab</i> .....                            | 59 |
| 6.1.1. | Função H_Total .....                                     | 59 |
| 6.1.2. | Cálculo do Máximo e Mínimo.....                          | 60 |
| 6.1.3. | Cálculo da Variação Média e Respetivo Desvio Padrão..... | 62 |
| 6.2.   | Ficheiro <i>Mathematica</i> .....                        | 64 |

# ÍNDICE DE FIGURAS

|                                                                                                                    |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1.1 – Representação simplificada do sistema mecânico analisado .....                                        | 2  |
| Figura 1.2 – Fluxograma do trabalho .....                                                                          | 4  |
| Figura 2.1 – Ilustração do sistema de coordenadas no sistema em análise .....                                      | 8  |
| Figura 2.2 – Exemplo de desvios cinemáticos provocados por variações dimensionais a) e geométricas b) [11].....    | 12 |
| Figura 2.3 – Exemplo de um sistema mecânico para análise pelo método de Cadeia de Vectors .....                    | 13 |
| Figura 2.4 – Representação do método utilizado para inclusão de tolerâncias geométricas de posição na função ..... | 14 |
| Figura 3.1 – Compressor de ar-condicionado modelo VS14 .....                                                       | 17 |
| Figura 3.2 – Vista de corte do compressor e detalhe da condição de funcionamento (PEC).....                        | 18 |
| Figura 3.3 – Representação do sistema mecânico em estudo com superfícies funcionais assinaladas a azul.....        | 18 |
| Figura 3.4 – Constituintes da Montagem Interior .....                                                              | 19 |
| Figura 3.5 – Eixos de referência e cotas identificáveis utilizadas na formulação da Função HTotal .....            | 20 |
| Figura 3.6 – Representação geométrica das cotas e ângulos influentes na Função HTotal.....                         | 21 |
| Figura 3.7 – Inclinação mínima (a) e máxima (b) do Cubo .....                                                      | 22 |
| Figura 3.8 – Componentes com influência na posição do Pistão .....                                                 | 23 |
| Figura 3.9 – Representação da posição do Cubo.....                                                                 | 24 |
| Figura 3.10 – Dimensões e tolerâncias utilizadas do Rotor .....                                                    | 25 |
| Figura 3.11 – Imagem relativa ao cálculo do ângulo máximo do Veio .....                                            | 26 |
| Figura 3.12 – Dimensões e tolerâncias utilizadas do Cubo.....                                                      | 27 |
| Figura 3.13 – Dimensões e tolerâncias utilizadas do Bloco.....                                                     | 27 |
| Figura 3.14 – Dimensões e tolerâncias utilizadas do Pistão.....                                                    | 28 |
| Figura 3.15 – Representação da folga F1 .....                                                                      | 29 |
| Figura 3.16 – Ilustração de duas configurações com variação dos parâmetros da folga F1 .....                       | 29 |
| Figura 3.17 – Algumas configurações relacionadas com a folga F2.....                                               | 31 |
| Figura 3.18 – Representação da Folga F3 .....                                                                      | 32 |
| Figura 3.19 – Cotas e folgas utilizadas para o cálculo da posição dos pontos P1 e P2.....                          | 33 |
| Figura 3.20 – Dimensões e tolerâncias utilizadas do Prato Oscilante.....                                           | 35 |
| Figura 3.21 – Cotas, ângulos e folgas com influência na Função HTotal .....                                        | 36 |
| Figura 3.22 – Fluxograma do funcionamento do programa criado em <i>MatLab</i> .....                                | 37 |
| Figura 3.23 – Gráfico de HTotal em função da variação de <i>AF1</i> .....                                          | 38 |

|                                                                                                      |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 3.24 – Componentes constituintes da Montagem Exterior .....                                   | 39 |
| Figura 3.25 – Dimensões e tolerâncias utilizadas do Bloco.....                                       | 40 |
| Figura 3.26 – Dimensões e tolerâncias utilizadas do Cáster .....                                     | 41 |
| Figura 3.27 – Dimensões e tolerâncias utilizadas do Porta Rolos.....                                 | 41 |
| Figura 3.28 – Dimensões e tolerâncias utilizadas do Anel do Porta Rolos .....                        | 42 |
| Figura 3.29 – Representação da posição relativa da zona de tolerância geométrica.....                | 43 |
| Figura 3.30 – Inclinação máxima admitida para a superfície de interface do Bloco .....               | 43 |
| Figura 3.31 – Inclinação máxima admitida para a superfície de interface do Cáster .....              | 44 |
| Figura 3.32 – Inclinação máxima admitida para a superfície de interface do Anel do Porta Rolos ..... | 45 |
| Figura 3.33 – Montagem Exterior com os respectivos desvios de paralelismo em cada componente.....    | 46 |

## ÍNDICE DE TABELAS

|                                                                                                       |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 2.1 – Exemplo de uma Tabela de Tolerâncias Unidimensionais.....                                | 9  |
| Tabela 3.1 – Resultados obtidos através do programa de <i>MatLab</i> e <i>Mathematica</i> .....       | 38 |
| Tabela 3.2 – Resumo das cotas e tolerâncias dos componentes.....                                      | 46 |
| Tabela 3.3 – Resultados da simulação da análise de influência.....                                    | 50 |
| Tabela 3.4 – Tolerâncias relativas à Montagem Exterior e respectiva percentagem do somatório<br>..... | 51 |
| Tabela 4.1 – Comparação de resultados de análises do mesmo sistema mecânico.....                      | 54 |





# LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS, SÍMBOLOS

|                  |                                           |
|------------------|-------------------------------------------|
| PEC              | <i>Piston End Clearance</i>               |
| CAD              | <i>Computer Aided Design</i>              |
| CAT              | <i>Computer Aided Tolerancing</i>         |
| P.C.             | Parcial Crescente                         |
| P.D.             | Parcial Decrescente                       |
| $IO_{Nome}$      | Variável de controlo de “Nome”            |
| $A_{Nome}$       | Ângulo de “Nome”                          |
| $L_{Nome}$       | Dimensão horizontal de “Nome”             |
| $H_{Nome}$       | Dimensão vertical de “Nome”               |
| $L_{Nome_n}$     | Dimensão nominal horizontal de “Nome”     |
| $H_{Nome_n}$     | Dimensão nominal vertical de “Nome”       |
| $L_{Nome_i}$     | Dimensão inicial vertical de “Nome”       |
| $H_{Nome_i}$     | Dimensão inicial horizontal de “Nome”     |
| $L_{Nome_f}$     | Dimensão final vertical de “Nome”         |
| $H_{Nome_f}$     | Dimensão final horizontal de “Nome”       |
| $Tol_{Nome}$     | Tolerância de “Nome”                      |
| $A_{Tol_{Nome}}$ | Ângulo de posição da Tolerância de “Nome” |
| Ø                | Diâmetro                                  |



# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. Objectivos

Ao longo dos anos, as tolerâncias dimensionais têm constituído os desvios que se utilizam no que diz respeito às folgas de montagem de sistemas mecânicos. Com o aparecimento das tolerâncias geométricas, os desvios relativos à geometria foram devidamente limitados, porém, não têm sido considerados na eventual influência nas folgas.

O objectivo principal da presente dissertação é realizar uma análise dos desvios geométricos dos componentes de um sistema mecânico – disponibilizado pela empresa Visteon – com o propósito de averiguar qual a sua influência na folga especificada para uma montagem.

Os resultados da análise serão comparados com os de uma análise de tolerâncias dimensionais, realizada anteriormente [1], de modo a quantificar a influência da inclusão dos desvios geométricos numa análise de tolerâncias.

## 1.2. Motivação

O tema da presente dissertação surge na continuação do trabalho desenvolvido numa anterior dissertação de mestrado [1], onde foi realizada uma análise de tolerâncias dimensionais de um sistema mecânico em que um dos objectivos consistiu em determinar o intervalo de variação, ou tolerância, da folga entre componentes após a montagem. Sendo esta análise posteriormente utilizada para a aplicação de uma metodologia – desenvolvida na dissertação em questão – de definição do número mínimo de calços de regulação necessários para regular uma folga.

O sistema mecânico em causa pode ser ilustrado de forma simplificada, como mostra a Figura 1.1, em que se observam duas montagens e no total, três componentes, os componentes C1, C2 e C3, sendo que na realidade, os dois primeiros são montagens de outros componentes.

Na montagem da Figura 1.1 (a) ilustra-se o caso em que se pretende garantir que a distância entre as superfícies de topo dos componentes C1 e C2, folga F1, se encontre dentro de um determinado intervalo, ou seja, cumpra uma determinada tolerância. Porém, devido à variabilidade dimensional proveniente dos processos de produção, garantir o cumprimento do valor especificado para F1 só é possível através do acerto após a montagem do conjunto. Este acerto é realizado pela adição de um terceiro componente, C3, chamado de calço de regulação,

cuja cota dependerá da diferença entre a folga real (medida) e a folga ideal (especificada no desenho).

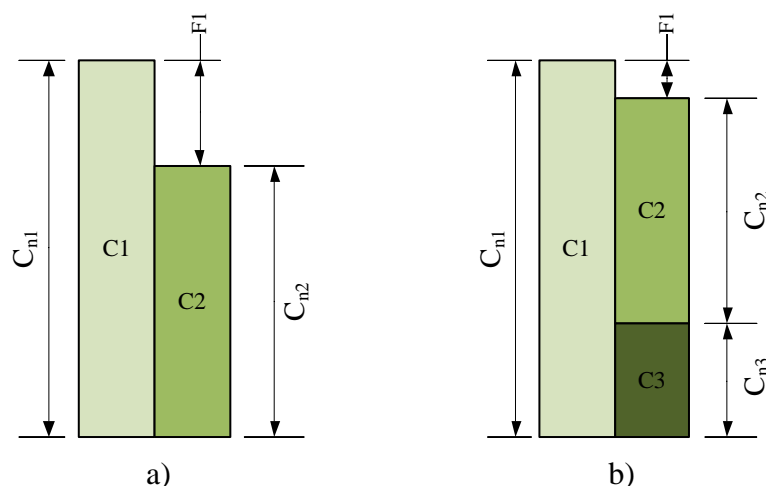


Figura 1.1 – Representação simplificada do sistema mecânico analisado

Como exemplo, tendo os componentes C1 e C2 um valor de 10 mm e 8 mm respectivamente, através da Figura 1.1 (a) pode observar-se que a folga F1 resulta da diferença de C2 e C1, portanto, F1 será igual a 2 mm. Se o objectivo fosse F1 igual a 1 mm, ao acrescentar C3 no valor de 1 mm teríamos que F1 seria igual à diferença entre C2 e C3 para C1, portanto F1 seria igual a 1 mm atingindo o objectivo.

A conclusão do estudo de caso realizado na dissertação mencionada refere que, atendendo às tolerâncias dimensionais dos componentes C1 e C2, seriam necessários cinco classes do componente C3, isto é, cinco cotas diferentes para o componente C3, para colmatar todas as possíveis variações dos outros dois componentes. Porém, na realidade – desenhos fornecidos pela empresa e pela prática corrente – no sistema mecânico fornecido, existem 13 classes para o componente C3.

A diferença entre o número de classes determinado pela análise de tolerâncias dimensionais e o número de classes utilizado na realidade levantou a questão – em reunião com membros da equipa de engenharia da Visteon – de que possivelmente a variação geométrica dos componentes aumenta a variabilidade da folga entre os dois componentes, o que por sua vez, justificaria um maior número de calços de regulação.

O presente trabalho tem por finalidade verificar a influência que têm os desvios geométricos de componentes constituintes de um sistema mecânico, na folga entre componentes do sistema.

### **1.3. Organização da Dissertação**

O desenvolvimento da presente dissertação – representado no fluxograma da Figura 1.2 – começou com o estudo de tolerâncias, geométricas e dimensionais, e dos conceitos inerentes ao toleranciamento, apresentados nos subcapítulos 2.1 e 2.2. Foi também realizada uma revisão dos métodos de análise de tolerâncias existentes apresentados no subcapítulo 2.3 e ainda uma análise simplificada do sistema mecânico fornecido pela empresa.

Após esta análise foram discutidos, com a empresa, detalhes que influenciariam a análise, como pormenores contidos nos desenhos técnicos dos componentes do sistema, considerações que deveriam ser feitas, entre outros. Uma vez esclarecidos estes detalhes, foi então determinada uma forma de efectuar a análise, de onde se concluiu que deveria ser feita uma divisão entre a análise da Montagem Interior e exterior, isto é, dividir o sistema mecânico em dois conjuntos independentes que adiante se explicita no subcapítulo 3.1.

Depois de determinados os métodos utilizados para a análise de cada montagem (interior e exterior) foram recolhidas as informações (cotas e tolerâncias) de cada conjunto de componentes para que se pudesse dar início ao estudo, apresentado nos subcapítulos 3.2 e 3.3. Uma vez feita a análise de ambas partes do sistema mecânico restou, no subcapítulo 3.4, confrontar os resultados e determinar o valor resultante da análise. Foi ainda, no subcapítulo 3.5 realizado o estudo da influência de cada tolerância e folga na condição funcional em análise e calculadas as respectivas percentagens de contribuição.

Por fim, apresentam-se no capítulo 4, os resultados da análise, uma crítica aos resultados obtidos e respectiva comparação com obtidos num estudo realizado previamente e, finalmente, possíveis trabalhos futuros.

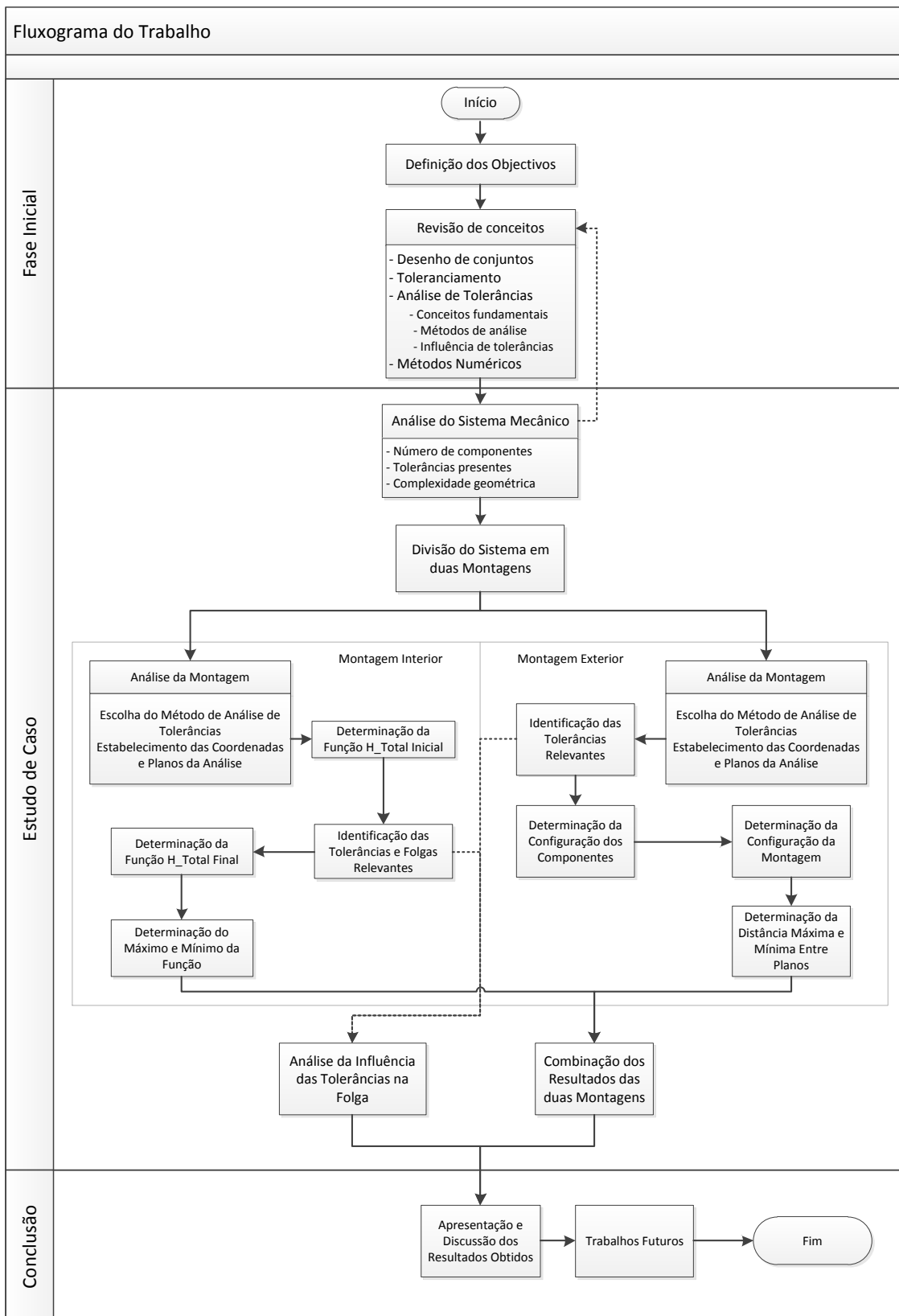


Figura 1.2 – Fluxograma do trabalho

## **2. CONCEITOS FUNDAMENTAIS**

### **2.1. Enquadramento**

A impossibilidade de fabricar componentes com dimensões rigorosamente iguais às nominais constitui um dos problemas, sem solução aparente, mais importantes na produção [2]. O toleranciamento dimensional surgiu com o propósito de definir intervalos de variação das dimensões, principalmente para garantir um determinado ajuste entre componentes de um sistema, de forma a cumprir especificações funcionais.

À medida que a complexidade dos produtos foi aumentado e as respectivas dimensões foram diminuindo, começaram a surgir dificuldades na montagem e substituição de componentes, o que levou, nos finais do século XX, ao desenvolvimento das tolerâncias geométricas para colmatar a falta de informação e a ambiguidade deixadas pelas tolerâncias dimensionais e, ainda, para garantir a possibilidade de substituição de componentes de um sistema mecânico existente. Inicialmente apenas se utilizavam tolerâncias dimensionais pois nem os componentes fabricados exigiam, nem os processos de fabrico permitiam, a utilização de tolerâncias geométricas [3].

Comparativamente pode-se dizer que as tolerâncias dimensionais foram desenvolvidas com o propósito de garantir determinadas folgas ou apertos entre componentes de um sistema mecânico, enquanto as tolerâncias geométricas terão sido desenvolvidas com o intento de garantir a intermutabilidade de componentes através da redução de desvios geométricos e de localização de características dos componentes no fabrico. Tradicionalmente, também a análise de tolerâncias se realizava no mesmo âmbito, ou seja, no caso das tolerâncias dimensionais, era realizada a análise para verificação da folga ou aperto entre dois componentes e, no caso das geométricas, para a determinação da viabilidade de montagem entre dois componentes.

Na presente dissertação o que se pretende, é realizar uma análise que inclua os desvios geométricos permitidos nas características dos componentes, para verificar qual a sua influência na folga ou aperto após montagem, ou seja, verificar qual o efeito das tolerâncias geométricas num desvio que tradicionalmente se associa às dimensionais.

Associadas à evolução do toleranciamento dimensional e geométrico de sistemas mecânicos, surgiram áreas de investigação que procuram tornar mais claros os aspectos relativos ao toleranciamento. Segundo Hong e Chang [4], a investigação relativa ao toleranciamento pode ser dividida em sete áreas diferentes – tipos de tolerância, representação e

modelação de tolerâncias, especificação de tolerâncias, análise de tolerâncias, síntese de tolerâncias, transferência de tolerâncias e inspecção de tolerâncias.

## 2.2. Análise de Tolerâncias – Generalidades

A análise de tolerâncias é o estudo das tolerâncias de componentes constituintes de um sistema mecânico. Este estudo é efectuado com o propósito de averiguar se o toleranciamento realizado em cada componente satisfaz a especificação admitida para o conjunto. Esta especificação, numa análise de tolerâncias é denominada por condição de funcionamento.

Tradicionalmente, a atribuição de tolerâncias dos componentes de uma montagem é baseada na experiência dos projectistas ou compilada em manuais e é geralmente uma recomendação que provém de informação insuficiente ou de modelos incompletos [2, 5] pelo que, nem sempre é atribuída tendo em conta as especificações da montagem, o que, por sua vez, contribui para a necessidade de realização de uma posterior análise para a verificação do cumprimento das especificações desta.

Com a evolução do toleranciamento – da utilização de tolerâncias dimensionais à utilização de tolerâncias geométricas –, também os métodos de análise foram evoluindo. Porém, todos se baseiam no mesmo princípio – o estabelecimento de uma **cadeia mínima de cotas** – que pressupõe a identificação das características de cada componente cuja variação provocará uma variação da condição funcional da montagem em análise, denominados por contribuidores.

Estes métodos podem, no entanto, ser classificados de acordo com quatro parâmetros [6] que serão posteriormente descritos : a dimensão a que se aplicam, o objectivo da análise, o tipo de tolerâncias que analisam e, finalmente, o nível da análise. Relativamente ao número de dimensões a que se aplicam podem ser unidimensionais, bidimensionais ou tridimensionais, consoante sejam analisadas numa, duas ou em três dimensões. Quanto ao objectivo da análise, o estudo pode classificar-se como determinístico ou estatístico; de uma análise determinística resulta o valor máximo e mínimo da variação da condição de funcionamento (ou folga), de uma análise estatística resulta uma distribuição de valores com um valor médio e um desvio padrão. Quanto ao tipo de tolerâncias a que se aplica, um determinado método pode analisar apenas tolerâncias dimensionais como tolerâncias dimensionais e geométricas. Relativamente ao nível da análise, o método poderá estudar apenas um componente ou um conjunto de componentes, ou seja, um sistema mecânico.



## 2.3. Revisão dos Principais Métodos de Análise de Tolerâncias

Uma vez que a presente dissertação tem por objectivo uma análise de tolerâncias será feita uma revisão dos métodos mais comuns de análise de tolerâncias dimensionais e geométricas.

De acordo com Shen, et al. [6] existem três principais métodos de análise de tolerâncias: 1) tabelas de tolerâncias unidimensionais; 2) análise paramétrica de tolerâncias e 3) cadeia de vectores (ou cinemático). Apresentam-se seguidamente os métodos mencionados juntamente com uma descrição da sua utilização e um exemplo simples unidimensional da sua aplicação. O sistema mecânico utilizado para exemplificar a aplicação dos métodos (ver Figura 1.1) é composto por três componentes, C1, C2 e C3, onde a folga F1 entre o topo dos componentes C1 e C2 será a condição de funcionamento, e os contribuidores, as cotas  $C_{n1}$ ,  $C_{n2}$  e  $C_{n3}$ .

### 2.3.1. Método de Tabelas de Tolerâncias

O método da Tabelas de Tolerâncias foi um dos primeiros métodos de análise de tolerâncias a ser utilizado para a verificação de ajustamentos (folga ou aperto). Inicialmente apenas se aplicava a estudos de tolerâncias dimensionais, sendo posteriormente adaptado para o uso de tolerâncias dimensionais e geométricas [6].

O método é realizado em três etapas, na primeira é estabelecido o sistema unidimensional de coordenadas da análise. Este sistema resume-se a um eixo em que a origem habitualmente se situa na base da montagem. Ficando, portanto, definida a influência de cada cota no estudo, como uma influência positiva (aumento de folga com o aumento de cota) ou negativa (diminuição de folga com o aumento de cota) no resultado final.

A segunda etapa consiste em determinar a cadeia mínima de cotas, ou seja, identificar quais as cotas cuja variação irá resultar numa variação da condição funcional – contribuidores.

Finalmente é criada a tabela onde serão introduzidos os dados relativos às cotas de cada contribuinte, tendo em atenção caso influenciem negativa ou positivamente a condição funcional em análise. Associada à cota estará a respectiva tolerância dimensional e geométrica (caso se pretenda que seja incluída no estudo) de acordo com as respectivas regras. Estes valores serão introduzidos em duas colunas, de cotas máximas e mínimas, em que na última linha se calcula o somatório de ambas as colunas de acordo com a contribuição positiva ou negativa do componente, obtendo-se o valor máximo e mínimo para a condição funcional. A diferença entre as duas traduz a variação da condição em análise, que será comparada com a folga especificada.

Apresenta-se seguidamente um pequeno exemplo da aplicação deste método num sistema mecânico em que na primeira fase é estabelecida a origem do sistema de coordenadas, na base do mecanismo, como ilustrado na Figura 2.1, na linha da superfície inferior dos componentes C1 e C3 o que nos indica, que sendo a condição funcional a folga F1, o aumento da cota  $C_{n1}$  irá contribuir positivamente para o aumento da folga, e o aumento das cotas  $C_{n2}$  e  $C_{n3}$  provocam um efeito inverso, contribuem negativamente para o aumento da folga. Às cotas que contribuem positivamente na condição funcional denominam-se por cotas funcionais crescentes, e as que contribuem negativamente, cotas funcionais decrescentes.

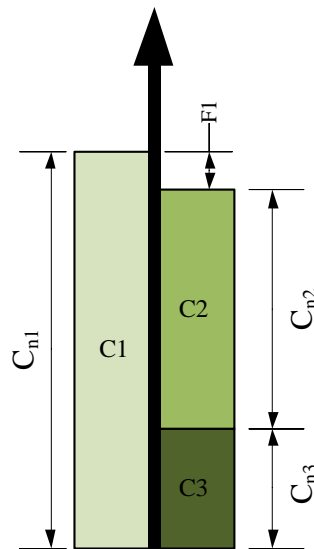


Figura 2.1 – Ilustração do sistema de coordenadas no sistema em análise

Atribuindo valores às cotas e às respectivas tolerâncias procede-se então para a construção da Tabela de Tolerâncias Unidimensionais, conforme se apresenta na Tabela 2.1.

O máximo e o mínimo de F1 são calculados por  $C_{n1}-C_{n2}-C_{n3}$  da respectiva coluna, devido às contribuições determinadas, e onde o máximo e o mínimo de cada componente também dependerá da sua contribuição, um contribuidor positivo, na coluna da cota máxima deve apresentar a sua cota máxima, um contribuidor negativo será o inverso. A tolerância da folga resulta do módulo da diferença do valor mínimo e máximo, que resulta também da soma das tolerâncias dos componentes constituintes, normalmente esta coluna é utilizada para verificação [6].

Tabela 2.1 – Exemplo de uma Tabela de Tolerâncias Unidimensionais

| Cota            | Valor<br>[mm] | Tolerância<br>[mm] | Contribuição | Máxima<br>[mm] | Mínima<br>[mm] | [Max-Min]<br>[mm] |
|-----------------|---------------|--------------------|--------------|----------------|----------------|-------------------|
| C <sub>n1</sub> | 20            | ± 0,050            | Positiva     | 20,050         | 19,950         | 0,100             |
| C <sub>n2</sub> | 12            | ± 0,025            | Negativa     | 11,975         | 12,025         | 0,050             |
| C <sub>n3</sub> | 5             | ± 0,025            | Negativa     | 4,975          | 5,025          | 0,050             |
| F1              | -             | -                  | -            | 3,100          | 2,900          | 0,200             |

Verifica-se então que o resultado do método se traduz numa análise determinística, ou de intermutabilidade total, pois na tabela, o analista introduz os valores das cotas máximas e mínimas resultando na variação máxima e mínima.

Para a utilização deste método é necessário conhecer as regras da construção de tabelas (relativamente à contribuição negativa ou positiva na condição de funcionamento) e de consideração de tolerâncias geométricas (sendo necessário conhecer como integrar a sua influência na condição de funcionamento), o que faz resulta num processo moroso e propenso a erros. Foram por isso realizados estudos com o âmbito de automatizar o método, aumentando a fiabilidade da análise e possibilitando a sua incorporação em *software* de desenho assistido por computador [7, 8]. No entanto, continua apenas a estar limitado a análises determinísticas e unidimensionais. O facto de ser unidimensional e, portanto, de desprezar cotas que não sejam na direcção do referencial escolhido, pode dar origem a erros significativos nos resultados finais, em particular quando há desvios geométricos nos componentes de montagens.

### 2.3.2. Métodos Paramétrico Linear e Não Linear

Na análise de tolerâncias através do método paramétrico, a condição funcional a analisar é expressa como uma função algébrica (2.1), ou seja, uma ou várias equações que relacionam a dimensão a analisar – condição funcional (*CF*) – com as dimensões de que depende – contribuidores (*C<sub>i</sub>*).

$$CF = f(C_1, C_2, \dots, C_i) \quad (2.1)$$

A expressão obtida pode ser linear e utilizar-se-á o método paramétrico linear, ou não linear, sendo posteriormente utilizada para uma simulação Monte Carlo no método paramétrico não linear.

O procedimento para a obtenção da função que relaciona a condição funcional com os contribuidores começa por identificar a cadeia mínima de cotas, ou seja, as cotas associadas à variação da condição funcional. Uma vez que o método não é limitado a análises unidimensionais, é necessário ter em conta todas as cotas que poderão influenciar a condição

funcional. Seguidamente são identificadas as tolerâncias, dimensionais e geométricas dos contribuidores e, através das relações e restrições geométricas do sistema, é formulada a equação que descreve o sistema. Dependendo da equação resultante, sendo linear ou não linear, proceder-se-á à utilização do método respectivo.

Estabelecer uma equação que represente a condição funcional em análise exige um esforço considerável no analista e, mesmo para sistemas mecânicos comuns, pode ser bastante difícil ou até impossível a obtenção da expressão [9]. O presente método de análise foi também integrado em *software* de desenho e toleranciamento assistido por computador, o que reduz a possibilidade de erro do analista e torna a análise mais fiável e rápida.

Apresenta-se seguidamente um exemplo da determinação da função algébrica de um sistema mecânico para posterior aplicação do método paramétrico linear ou não linear. Temos portanto na Figura 1.1 a representação do sistema mecânico, onde F1 é a condição funcional e os contribuidores são  $C_{n1}$ ,  $C_{n2}$  e  $C_{n3}$ . Observando o sistema e considerando que a análise é unidimensional, é possível escrever uma função que traduza o valor da cota F1 em função de C1, C2 e C3 (Eq. 2.2).

$$F1 = C_{n1} - C_{n2} - C_{n3} \quad (2.2)$$

Observa-se que a função obtida se trata de uma função linear e que posteriormente seria aplicado o método paramétrico linear. Tendo em conta que no exemplo apresentado o estudo era unidimensional e relativo a um sistema mecânico trivial, a formulação da expressão que relaciona a condição funcional com os contribuidores é evidente, porém, na realidade os sistemas mecânicos poderão não ser tão simples, nem a análise ser unidimensional.

### **Paramétrico Linear**

O método paramétrico linear permite efectuar o estudo determinístico (determinar o valor máximo e mínimo) ou estatístico (determinar o valor médio e o desvio padrão) da função obtida. É também possível através deste método obter a influência dos contribuidores e a percentagem de aceitação, i.e., a percentagem de montagens que estarão dentro dos parâmetros especificados para esta.

Este método só poderá ser aplicado a funções lineares pois é necessário que as derivadas parciais da expressão – que relaciona a condição funcional com os contribuidores – sejam constantes. No caso em que a expressão obtida não seja linear, é ainda possível utilizar o método, porém, é necessário linearizar a expressão (que pode ser, por exemplo, realizado através da utilização da expansão da série de Taylor) embora com resultados menos precisos.

## **Paramétrico Não Linear**

No caso da função que traduz a folga do sistema ser não linear utiliza-se o método não linear que é realizado através de uma simulação Monte-Carlo.

A simulação Monte-Carlo é realizada através da geração de números aleatórios simulando os efeitos das variações provenientes da manufactura num componente ou montagem. Mais especificamente, para cada componente é determinada a sua cota nominal e estabelecidos os intervalos entre os quais poderão variar as suas dimensões, e, aleatoriamente gerados valores. Estes que poderão ter uma distribuição normal ou não, dependendo dos parâmetros do estudo, sendo posteriormente analisados os resultados provenientes da “montagem” virtual dos componentes. Note-se que os resultados deste método dependem do número de simulações efectuadas pelo que, caso seja um sistema muito complexo pode tornar-se num processo moroso ou de pouca fiabilidade [6].

### **2.3.3. Método Cinemático**

No método de análise por Cadeia de Vectores é, como nos restantes métodos, estabelecida a cadeia mínima de cotas, porém, neste método as cotas são consideradas através de vectores, o que se designa por cadeia de vectores.

Neste método, três tipos de variações – dimensionais, geométricas e cinemáticas – são incorporadas no estudo [9, 10]. As variações dimensionais são integradas através de variações no módulo dos vectores constituintes da cadeia. As variações geométricas, que resultam de desvios geométricos de características dos componentes, são incluídas no estudo pela adição de micro graus de liberdade aos vectores. Variações cinemáticas (Figura 2.2) são pequenos ajustamentos entre os componentes que resultam de variações dimensionais e geométricas, as quais ocorrem na altura da montagem, estas variações são integradas no estudo através de variações de posição das articulações entre vectores. Observando a Figura 2.2, pode definir-se um desvio cinemático como a diferença entre  $C_1$  e  $C_2$ . Na alínea a) o desvio ocorre devido à variação da dimensão do componente circular, que varia do seu diâmetro máximo  $\phi_1$  ao seu diâmetro mínimo  $\phi_2$  que resulta na alteração da cota, de  $C_1$  para  $C_2$ , relativa à superfície lateral do componente em corte, constituindo o desvio cinemático provocado pela variação dimensional. Na Figura 2.2 b) o desvio é proveniente de desvios geométricos nos componentes constituintes do sistema, os componentes circulares apresentam-se achatados, pelo que no processo de montagem poderão ter a sua posição final a distâncias diferentes da superfície de referência.

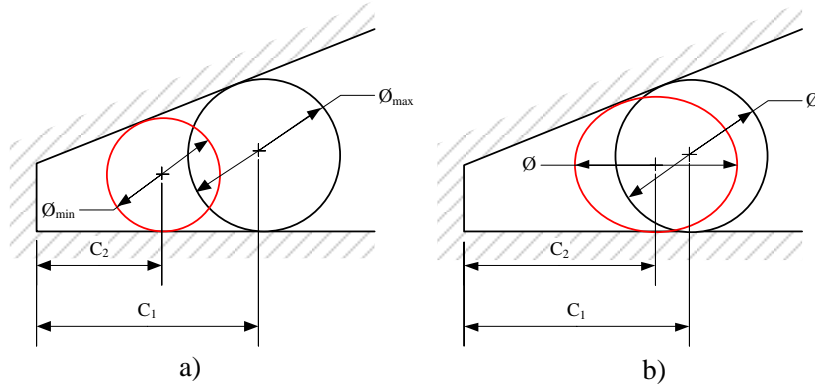


Figura 2.2 – Exemplo de desvios cinemáticos provocados por variações dimensionais a) e geométricas b) [11]

O método consiste em primeiro lugar, na criação do modelo de análise, isto é, na determinação da cadeia ou do conjunto de cadeias de vectores que representam o sistema mecânico. O somatório dos vectores, de acordo com as projecções nos eixos resulta num determinado número de equações dependendo da dimensão da análise. Seguidamente procede-se à linearização das funções obtidas, caso estas não sejam lineares. Caso contrário, prossegue-se directamente para o cálculo das derivadas parciais. Com as derivadas parciais poderá então, ser realizado o estudo determinístico, resultando na obtenção do valor máximo e mínimo da variação da condição funcional ou, no estudo estatístico, de onde resulta o valor médio e o desvio padrão da condição funcional (novamente poderão também ser obtidas as influências de cada componente e a percentagem de aceitação de montagens).

O presente método de análise foi também integrado em *software* de desenho e toleranciamento assistido por computador o que reduz a possibilidade de erro do analista, torna a análise mais fiável e rápida.

Apresenta-se então um exemplo do processo de formulação da cadeia de vectores de um sistema mecânico, onde F1 é a condição funcional e os contribuidores são  $C_{n1}$ ,  $C_{n2}$  e  $C_{n3}$ . Como se pode ver através da Figura 2.3 o sistema mecânico representado em (a) é formulado por uma cadeia de vectores como se apresenta em (b) e se traduz pela expressão (2.3). Onde  $V_1$  representa a cota  $C_{n1}$ ,  $V_2$  a folga F1,  $V_3$  a cota  $C_{n2}$  e  $V_4$  a cota  $C_{n3}$ . Uma vez que o estudo é unidimensional, os vectores  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  e  $V_4$  seriam colineares, a sua disposição na figura é simplesmente para se distinguirem os vectores.

$$\sum_{i=0}^n \vec{V}_i = 0 \Leftrightarrow \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 + \vec{V}_4 = 0 \Leftrightarrow V_1 - V_2 - V_3 - V_4 = 0 \quad (2.3)$$

Novamente, a equação que representa o sistema mecânico apresenta-se bastante trivial, porém, em sistemas mecânicos relativamente comuns e em análises pluridimensionais,

poderá, por exemplo, haver mais do que uma cadeia de vectores, o que dificultará a realização manual da análise.

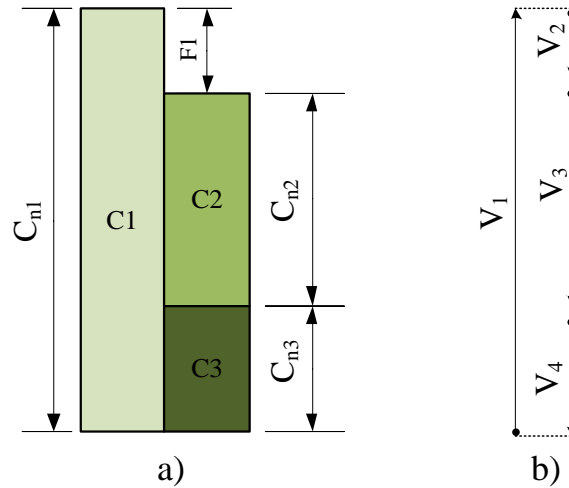


Figura 2.3 – Exemplo de um sistema mecânico para análise pelo método de Cadeia de Vectores

## 2.4. Outros Métodos Utilizados

### 2.4.1. Controlo da Influência de Tolerâncias

Na utilização do método paramétrico é obtida uma expressão que relaciona a condição funcional em análise, com as cotas que contribuem para esta condição – contribuidores. Uma vez que na expressão são apenas introduzidos os valores das cotas, e não é incluída a tolerância associada, para verificar a variação da condição funcional provocada pelas tolerâncias das cotas contribuintes é necessário fazer variar estas cotas dentro do seu campo de tolerância e analisar o resultado da expressão. No âmbito facilitar o uso da expressão obtida, incluindo as tolerâncias na expressão e possibilitando o seu controlo independente, introduz-se um método que permite precisamente incluir e controlar a posição de cada cota no seu campo de tolerância.

Um método simples de possibilitar a introdução tolerâncias numa função e conseguir controlar o seu comportamento passa por substituir a cota pela soma desta com o produto de um coeficiente com a tolerância.

Como exemplo, imaginemos que a equação da soma das cotas num determinado sistema mecânico se traduzia na expressão (2.4).

$$H_{Total} = H_{Rotor} + H_{Cubo} \quad (2.4)$$

Se cada cota nominal,  $H_{Componente}$ , tem a sua tolerância,  $T_{Componente}$ , para incorporar a sua tolerância na expressão e controlar a sua influência, a expressão da soma passará a ser dada por (2.5) onde coeficiente  $IO_{Componente}$  permite controlar a posição no campo de tolerância de cada cota. Ou seja, se for pretendido fazer uma análise sem influência das tolerâncias, os valores de  $IO_{Componente}$  seriam todos iguais a zero; no caso em que se incorporariam as tolerâncias e dependendo do seu tipo, os valores do coeficiente poderiam, por exemplo, variar entre -1 e 1 no caso de se tratar de uma tolerância simétrica.

$$H_{Total} = (H_{Rotor} + T_{Rotor} \cdot IO_{Rotor}) + (H_{Cubo} + T_{Cubo} \cdot IO_{Cubo}) \quad (2.5)$$

#### 2.4.2. Inclusão de Tolerâncias Geométricas de Posição Circulares e de Desvios Cinemáticos

Nos casos em que o sistema mecânico é composto, por exemplo, por dois componentes não colineares e montados com folga por um furo e um pino, a cota resultante varia com a posição do contacto angular na ligação e, naturalmente, com a variação admissível de posição do furo. Igualmente se o furo tiver uma tolerância de posição circular o efeito é análogo. A Figura 2.4 ilustra a possibilidade de variação horizontal e vertical das cotas do furo com a posição admissível do furo.

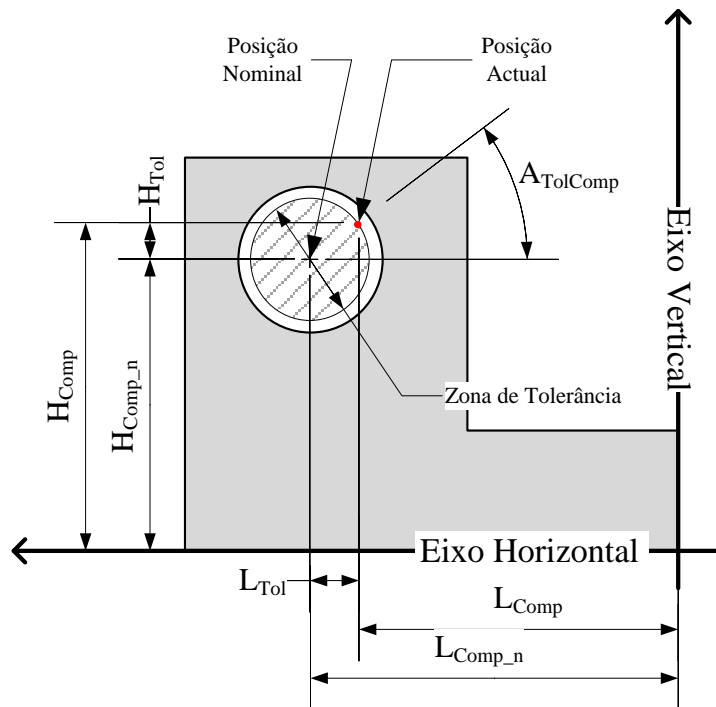


Figura 2.4 – Representação do método utilizado para inclusão de tolerâncias geométricas de posição na função



As expressões (2.6) e (2.7) traduzem a posição do centro do furo ( $L_{Comp}$  e  $H_{Comp}$ ) em função das cotas de referência ( $L_{Comp_n}$  e  $H_{Comp_n}$ ) e do desvio angular ( $A_{Tol_{Comp}}$ ).

$$L_{Comp} = L_{Comp_n} - L_{Tol} = L_{Comp_n} - Tol_{Comp} \cdot \cos(A_{Tol_{Comp}}) \quad (2.6)$$

$$H_{Comp} = H_{Comp_n} + H_{Tol} = H_{Comp_n} + Tol_{Comp} \cdot \sin(A_{Tol_{Comp}}) \quad (2.7)$$

Ao combinar este último método com o anterior, ficar-se-ia com uma expressão para as cotas de acordo com as expressões (2.8) e (2.9) em que neste caso,  $IO_{Comp}$  poderá variar no intervalo de  $[0; 1]$  e  $A_{Tol_{Comp}}$  no intervalo de  $[0; 360[$ .

$$L_{Comp} = L_{Comp_n} - Tol_{Comp} \cdot \cos(A_{Tol_{Comp}}) \cdot IO_{Comp} \quad (2.8)$$

$$H_{Comp} = H_{Comp_n} + Tol_{Comp} \cdot \sin(A_{Tol_{Comp}}) \cdot IO_{Comp} \quad (2.9)$$



### 3. ESTUDO DE CASO

#### 3.1. Descrição do Sistema Mecânico e Definição do Caso

O sistema mecânico em estudo foi disponibilizado pela Visteon, uma empresa multinacional, líder na indústria automóvel, que projecta e fabrica vários componentes das áreas de climatização, electrónica e interiores.

O sistema, apresentado na Figura 3.1, é um compressor de ar-condicionado, que dispõe de seis Pistões e de um Prato Oscilante que através da sua inclinação controla o curso dos pistões permitindo regular o fluxo de refrigerante de acordo com a necessidade do utilizador (consultar Figura 3.1 e Figura 3.3).

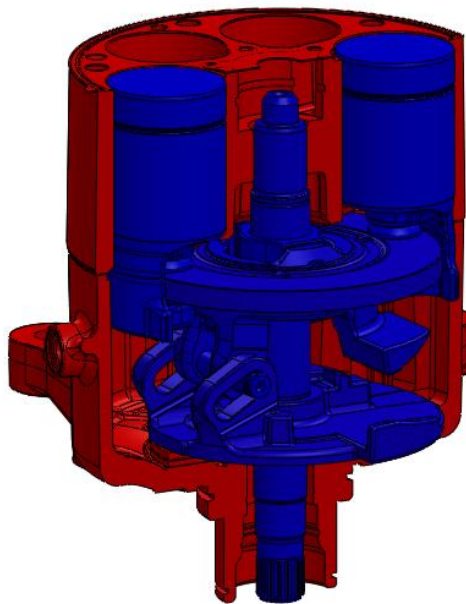


Figura 3.1 – Compressor de ar-condicionado modelo VS14  
Distinção entre a Montagem Interior (Azul – visíveis apenas dois Pistões) e a Exterior (Vermelho – em corte)

Pretende-se realizar uma análise de tolerâncias, dimensionais e geométricas, dos componentes do sistema de modo a verificar a sua influência numa folga especificada. Uma análise de tolerâncias pressupõe a existência de pelo menos uma condição funcional. No caso em estudo, esta condição é denominada por *Piston End Clearance* (P.E.C.) e trata-se da folga entre o topo do Pistão e do topo da Junta da Cabeça (em detalhe na Figura 3.2 e representados na cor azul na Figura 3.3). Esta folga considera-se de grande importância, pois afecta o rendimento do compressor. Idealmente a folga seria nula para aproveitar todo o percurso

disponível para o Pistão, mas, de acordo com as especificações da empresa, poderá variar entre 0,15 mm e 0,40 mm

Tendo em conta que a posição do Pistão é variável em relação à Junta da Cabeça, foi determinado que a análise do sistema seria realizada para a posição de inclinação mínima do Prato Oscilante.

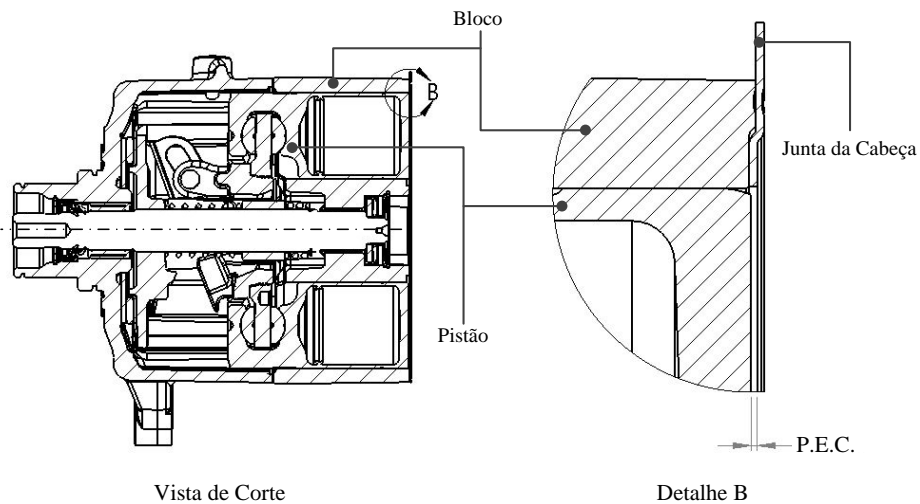


Figura 3.2 – Vista de corte do compressor e detalhe da condição de funcionamento (PEC)

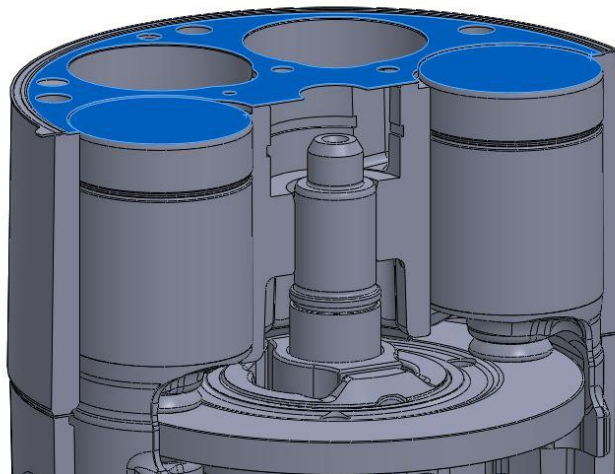


Figura 3.3 – Representação do sistema mecânico em estudo com superfícies funcionais assinaladas a azul

Os resultados obtidos de ambas as análises são posteriormente combinados, no subcapítulo 3.4 com o objectivo de se determinar o desvio máximo e mínimo efectivo entre as duas faces, que se traduz na folga máxima e mínima da condição de funcionamento estabelecida (PEC).

Finalmente, no subcapítulo 3.5 foi realizado o estudo da influência de cada tolerância e folga na condição funcional em análise e calculadas as respectivas percentagens de contribuição.

## 3.2. Montagem Interior – Análise de Tolerâncias

### 3.2.1. Introdução

Tendo em conta que a Montagem Interior apresenta alguma complexidade geométrica (ver Figura 3.4), foram utilizados meios computacionais para a análise do efeito das combinações de tolerâncias. Para este efeito, foram encontradas as expressões matemáticas que representam o sistema mecânico – no plano paralelo ao da Figura 3.4 passando pelo eixo do Veio – em função das cotas de cada componente e sem a influência das folgas (Subcapítulo 3.2.2).

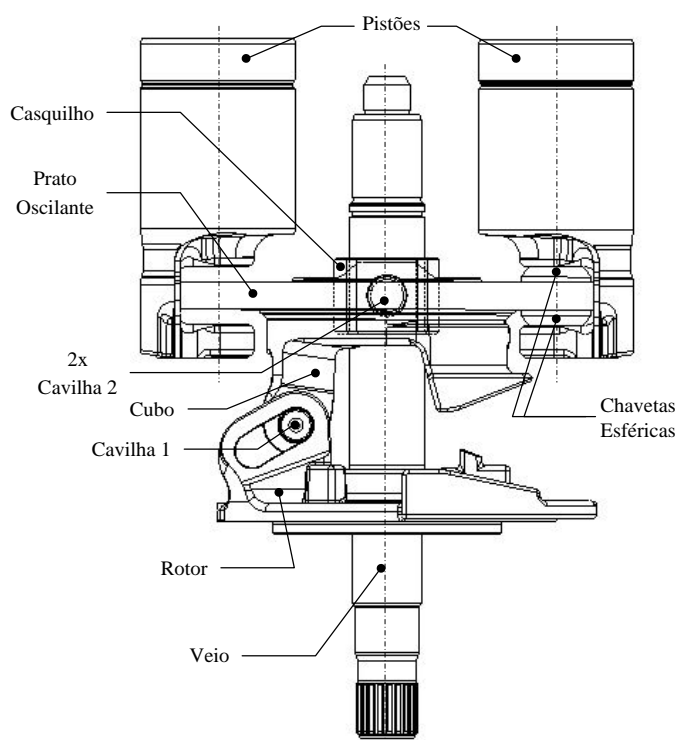


Figura 3.4 – Constituintes da Montagem Interior

A obtenção da função que representa a altura total do sistema, designada por **Função  $H_{Total}$** , resultou de um processo iterativo que inicialmente apenas dependia das cotas de largura e altura – considerando que estavam todas na sua cota nominal e com os furos e cavilhas concêntricos.

No subcapítulo 3.2.3 são apresentadas as cotas e respectivas tolerâncias utilizadas para o cálculo. Só no subcapítulo 3.2.4 foram incorporadas as tolerâncias e folgas na função, através dos métodos estabelecidos no subcapítulo 2.4; o método de controlo da influência de tolerâncias e o método de incorporação de tolerâncias geométricas de posição circulares e desvios cinemáticos.

Finalmente, no último subcapítulo desta secção, através da utilização dos programas *MatLab* e do *Mathematica* foram formuladas estas funções, testadas diferentes combinações das tolerâncias e obtidos os valores das combinações que resultam no valor máximo e mínimo da função  $H_{Total}$  para posterior combinação com os resultados obtidos da análise exterior.

### 3.2.2. Obtenção da Função $H_{Total}$ Inicial

Na Figura 3.5 apresentam-se os eixos e as cotas, cuja representação é possível, utilizadas na dedução da Função  $H_{Total}$  inicial. O eixo da Largura ocupa a posição de *interface* (encosto) entre a Montagem Interior e a Montagem Exterior. O eixo da Altura foi posicionado coincidente com o eixo de rotação da Montagem Interior.

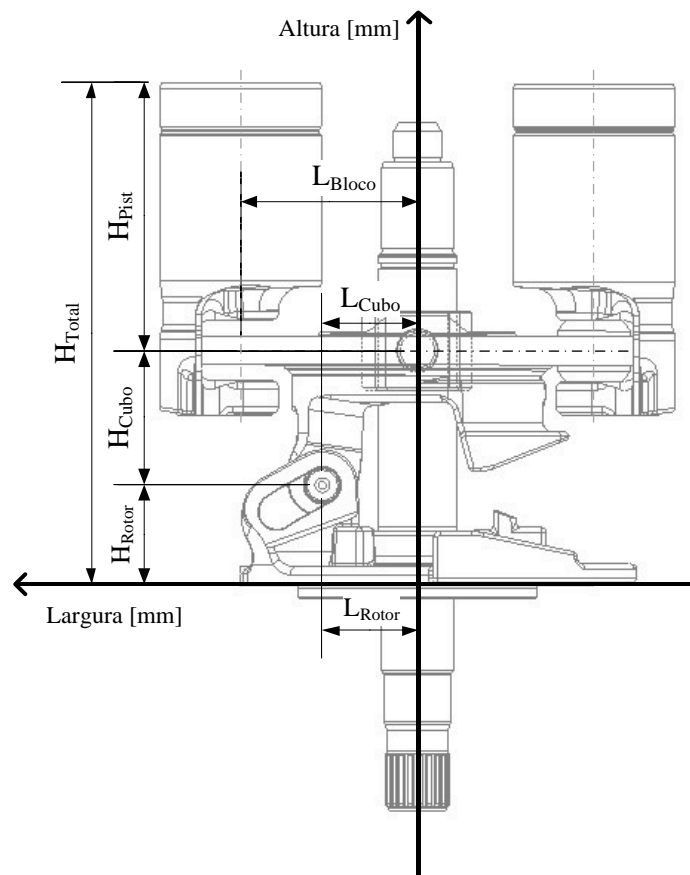


Figura 3.5 – Eixos de referência e cotas identificáveis utilizadas na formulação da Função  $H_{Total}$

Uma vez que a inclinação do Prato Oscilante é muito pequena, apresenta-se, na Figura 3.6, uma representação do sistema com esta inclinação exagerada de modo a evidenciar a cota que resulta desta inclinação ( $H_{Prato}$ ) e o respectivo ângulo ( $A_{Prato}$ ).

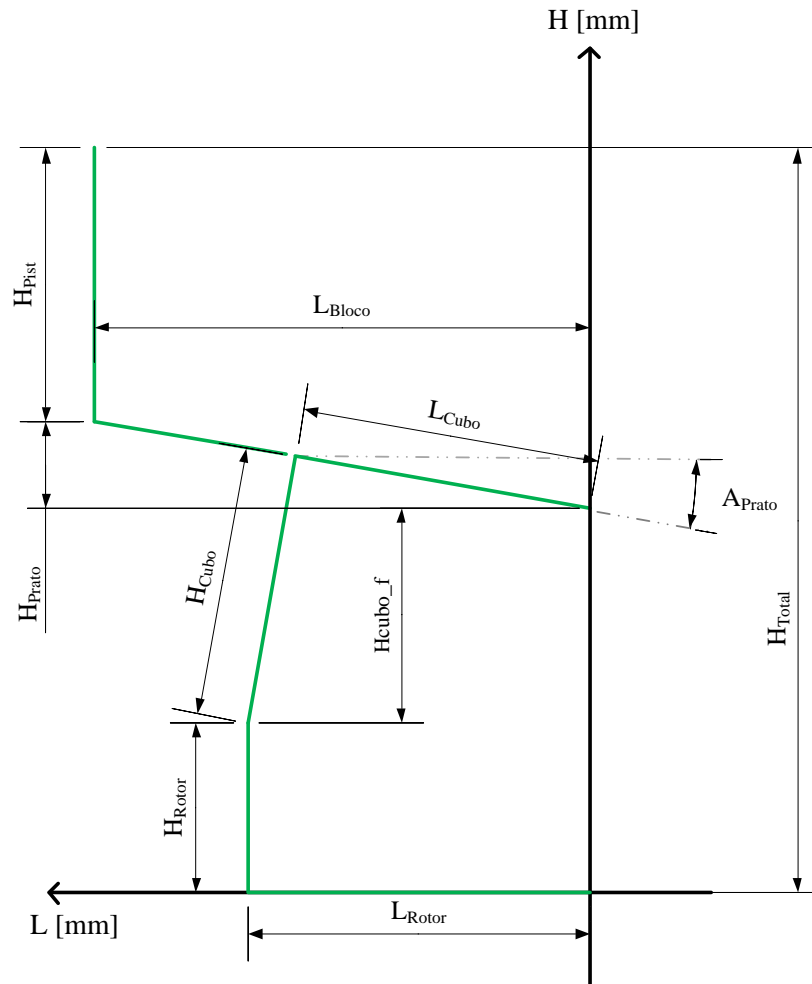


Figura 3.6 – Representação geométrica das cotas e ângulos influentes na Função  $H_{Total}$

A nomenclatura utilizada pode descrever-se da seguinte forma: as cotas respectivas a cada componente foram classificadas como cotas de altura ou largura sendo que as de altura de um componente são precedidas de “H” e as de largura, precedidas de “L”. Como exemplo, o componente Rotor tem duas cotas,  $L_{Rotor}$  e  $H_{Rotor}$ . Relativamente à definição de ângulos, foi definido o prefixo como “A”.

A cadeia de cotas estabeleceu-se tendo em conta a montagem e os eixos de referência. Sabe-se que, inicialmente, o Rotor dá montagem com o Veio. Seguidamente são montados o Casquilho no Veio e o Cubo, sendo que este último garante a ligação entre o Rotor e o

Casquilho, onde a sua montagem é assegurada por meio de três cavilhas cilíndricas. Destas, duas fazem a ligação entre o Casquilho e o Cubo (Cavilha 2), e a terceira (Cavilha 1) faz a ligação entre o Cubo e o Rotor. Assim, o movimento do Cubo fica restrito entre a posição de inclinação máxima e mínima, pois a Cavilha 1, de ligação entre o Cubo e o Rotor percorre o rasgo do Rotor e em simultâneo o Casquilho percorre o Veio, fazendo variar a inclinação do Cubo (ver Figura 3.7).

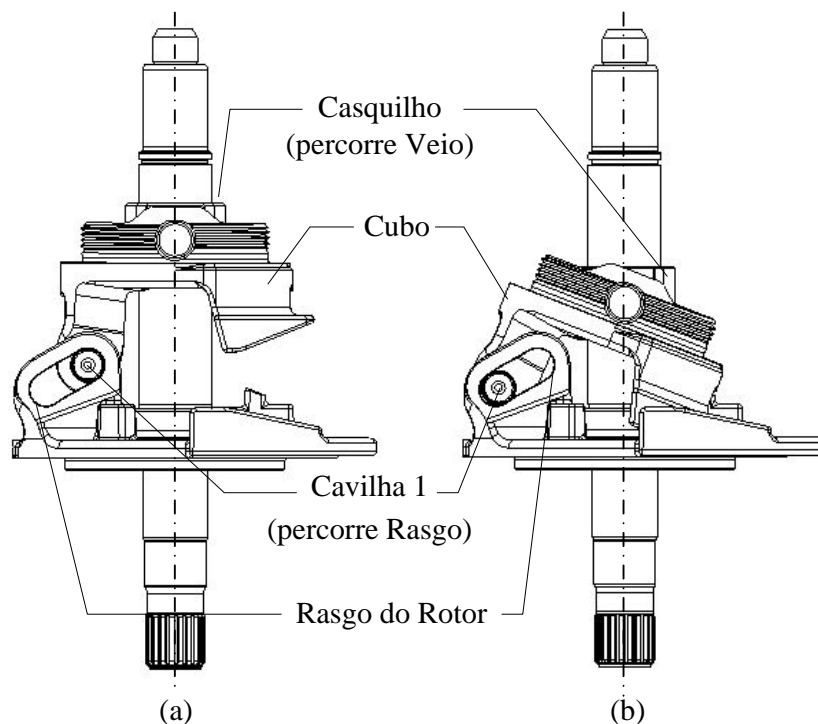


Figura 3.7 – Inclinação mínima (a) e máxima (b) do Cubo

Nesta fase foi feita a consideração seguinte: uma vez que o estudo pretendido tinha por referência a inclinação mínima do Prato Oscilante, foi considerado que o rasgo do Rotor seria apenas um furo com a dimensão do raio correspondente ao raio superior do rasgo, foi tomada em conta apenas a tolerância de perfil para a posição do furo (ver Figura 3.10).

Seguidamente tem-se o Prato Oscilante que por meio de uma rosca dá montagem com o Cubo (ver Figura 3.4). O plano médio deste coincide com o eixo do furo onde montam as Cavilhas 2. Entre o Prato Oscilante e os Pistões, existem duas Chavetas Esféricas, uma acima e outra abaixo do Prato Oscilante que irão ocupar a cavidade esférica do Pistão, assegurando que o centro da cavidade se encontra no plano médio do Prato Oscilante e que este possa deslizar entre as Chavetas Esféricas, variando a sua inclinação sem forçar o Pistão. Pode dizer-se que a posição do Pistão (ver Figura 3.8) está limitada pelo Bloco (em termos da distância entre o furo onde o Pistão é inserido e o Veio,  $L_{Bloco}$  – Figura 3.5), pelas Chavetas Esféricas e pelo Prato Oscilante.



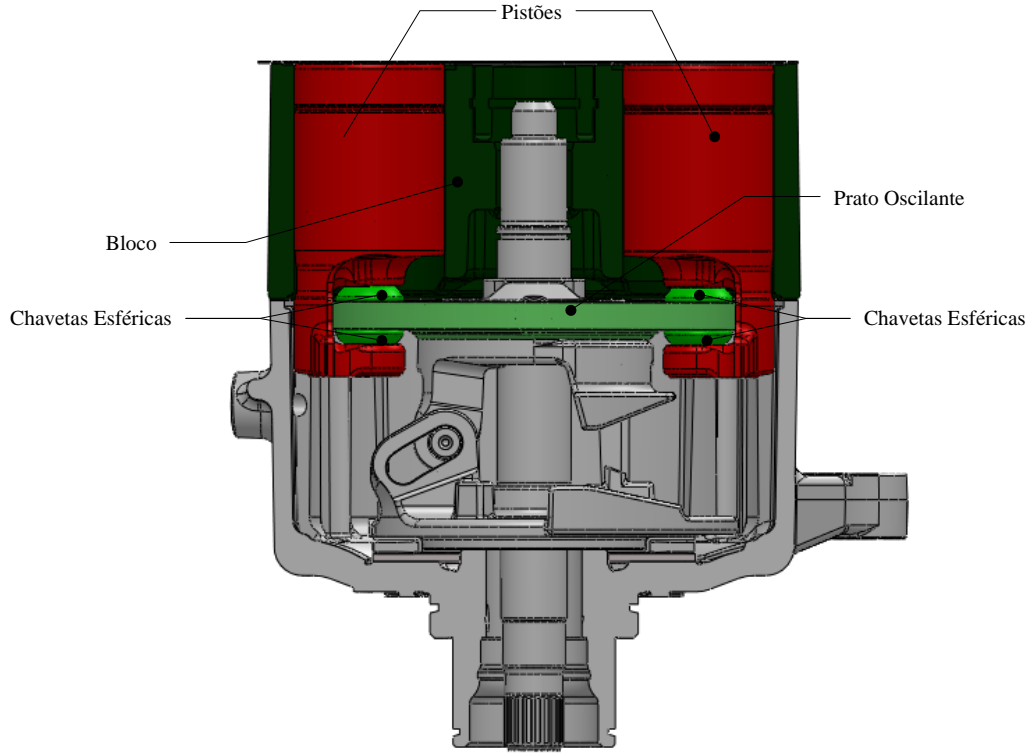


Figura 3.8 – Componentes com influência na posição do Pistão

Numa primeira fase, e considerando que: a) as cotas assumem os seus valores nominais; b) os componentes se encontram centrados (no caso dos furos e pinos), e c) que o ponto médio da cavidade esférica do Pistão se encontra no plano médio do Prato Oscilante, a Função  $H_{Total}$  pode ser calculada através da eq. (3.1)(consultar Figura 3.6)

$$H_{Total} = H_{Rotor} + H_{Cubo_f} + H_{Prato} + H_{Pist} \quad (3.1)$$

em que, recorrendo à Figura 3.9 se pode calcular:

$$H_{Cubo_f} = C_{Cubo} \cdot \sin(A_{Cubo_f}) \quad (3.2)$$

$$C_{Cubo} = \sqrt{L_{Cubo}^2 + H_{Cubo}^2} \quad (3.3)$$

$$A_{Cubo_f} = \cos^{-1}\left(\frac{H_{Rotor}}{C_{Cubo}}\right) \quad (3.4)$$

$$H_{Prato} = L_{Bloco} \cdot \tan(A_{Prato}) \quad (3.5)$$

$$A_{Prato} = A_{Cubo_i} - A_{Cubo_f} \quad (3.6)$$

$$A_{Cubo_i} = \tan^{-1}\left(\frac{H_{Cubo}}{L_{Cubo}}\right) \quad (3.7)$$

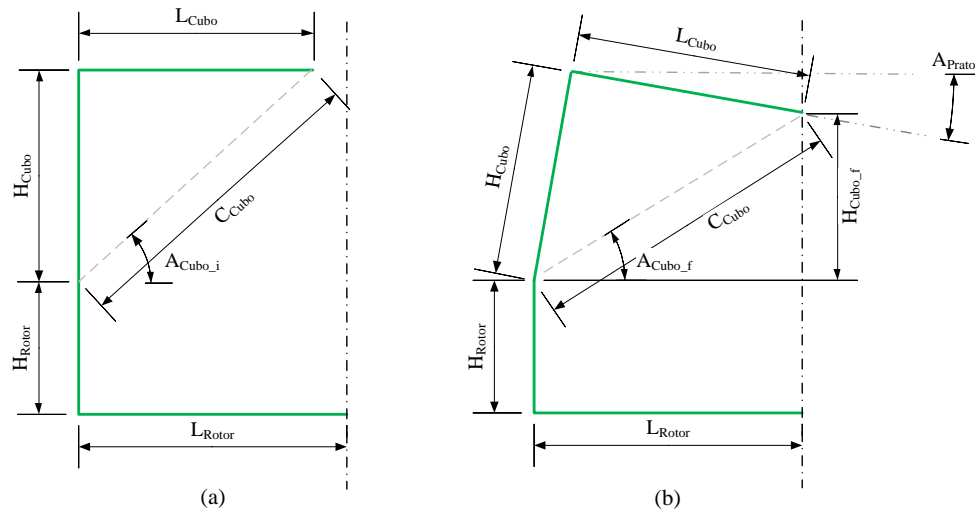


Figura 3.9 – Representação da posição do Cubo  
a) Posição sem acoplamento ao Veio, alinhado com os eixos de referência.  
b) Posição com acoplamento ao Veio que força a inclinação do Cubo.

Para a introdução das tolerâncias na função, é necessário definir as cotas utilizadas como uma função que dependa da tolerância de cada componente mais o coeficiente que a controlará. Nesse âmbito, utilizam-se os dois métodos apresentados no subcapítulo 2.4 para a incorporação e controlo de tolerâncias na função.

### 3.2.3. Funções Independentes – Contribuidores

Neste subcapítulo são estabelecidas as funções que definem o valor das cotas e das folgas utilizadas, funções que dependem da variável de controlo (IO), do ângulo (A), e das cotas e tolerâncias do projecto. São designadas funções independentes pois não dependem da configuração do sistema.

#### 3.2.3.1 Tolerâncias

Para a inclusão das tolerâncias na análise foi feito um estudo de como estas afectariam o contacto entre componentes no sentido de variar a folga em análise e escolhidas apenas as que tivessem influência. As restantes não alterariam as cotas influentes e, portanto, não são consideradas.

Para o caso do Rotor, os pontos de contacto com outros componentes, são: o eixo por onde passa o Veio, e o furo por onde passa a Cavilha 1 que faz ligação com o Cubo. A tolerância de posição para o furo onde é montado o Veio é estabelecida num eixo paralelo ao plano onde a análise é feita, portanto, apenas a dimensão  $L_{Rotor}$  será afectada por esta. Relativamente ao furo do Rotor por onde passa a Cavilha 1, tem-se uma tolerância de perfil pois

inicialmente tratava-se de um rasgo. Esta tolerância foi considerada como uma tolerância de posição que será introduzida na função utilizando o 2º método apresentado no subcapítulo 2.4.

Assim obtêm-se para o Rotor as funções expressas por (3.8) e (3.9),

$$L_{Rotor} = L_{Rotor_n} - Tol_{Rotor_{Furo}} \cdot \cos(A_{Tol_{Rotor}}) \cdot IO_{Rotor} + Tol_{Rotor_{Veio}} \cdot IO_{Rotor_{Veio}} \quad (3.8)$$

$$H_{Rotor} = H_{Rotor_n} + Tol_{Rotor_{Furo}} \cdot \sin(A_{Tol_{Rotor}}) \cdot IO_{Rotor} \quad (3.9)$$

com  $IO_{Rotor}$  a variar em  $[0; 1]$ ,  $A_{Tol_{Rotor}}$  em  $[0; 360[$  e  $IO_{Rotor_{Veio}}$  em  $[-1; 1]$ . E, da Figura 3.10 retiram-se os valores:

$$L_{Rotor_n} = 19,073 \text{ mm} ; H_{Rotor_n} = 20,248 \text{ mm} ;$$

$$Tol_{Rotor_{Furo}} = \frac{0,1 \text{ mm}}{2} = 0,05 \text{ mm} ; Tol_{Rotor_{Veio}} = \frac{0,35 \text{ mm}}{2} = 0,175 \text{ mm} .$$

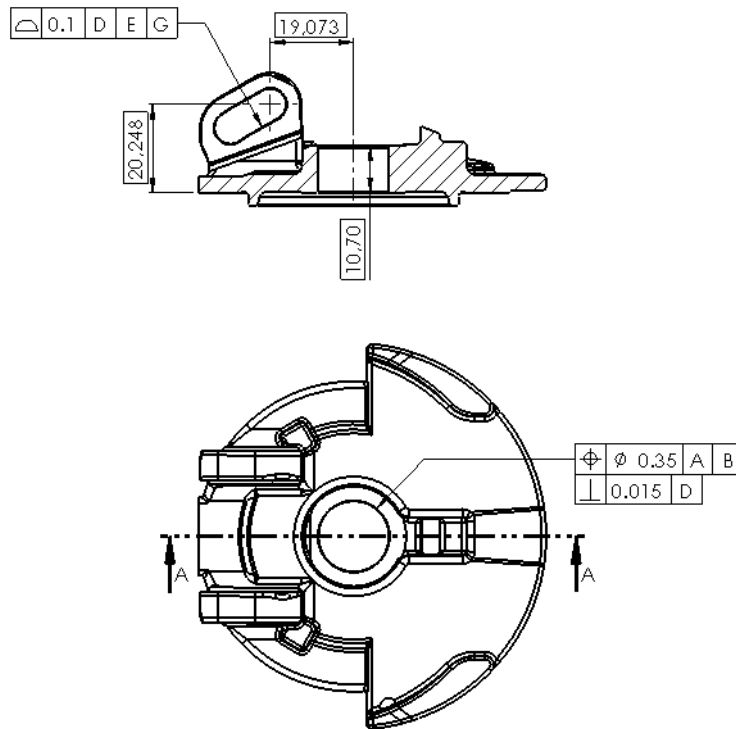


Figura 3.10 – Dimensões e tolerâncias utilizadas do Rotor

Existe ainda a tolerância geométrica de perpendicularidade do furo do Rotor com a base do mesmo. Este desvio resulta na inclinação do Veio, de ângulo  $A_{Veio}$ , cuja influência será apresentada no subcapítulo 3.2.4, porém o valor será determinado pela equação (3.10) tendo em conta a Figura 3.11:

$$A_{Veio} = A_{Veio_{max}} \cdot IO_{A_{Veio}} \quad (3.10)$$

em que,

$$A_{Veio_{max}} = \tan^{-1} \left( \frac{0,015 \text{ mm}}{10,70 \text{ mm}} \right) = 0,08032^\circ$$

com  $IO_{A_{Veio}}$  a variar entre [-1;1].

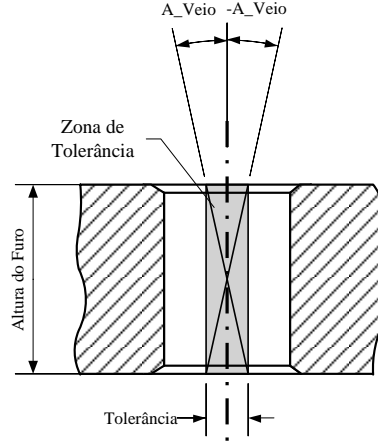


Figura 3.11 – Imagem relativa ao cálculo do ângulo máximo do Veio

No Cubo existem dois furos, sendo estes os elementos de ligação com os restantes componentes do sistema. Ambos com tolerâncias de posição que serão conjugadas e integradas na Função  $H_{Total}$ , recorrendo novamente ao 2º método apresentado no subcapítulo 2.4. As funções que definem as cotas do componente Cubo são expressas por (3.11) e (3.12).

$$L_{Cubo} = L_{Cubo_n} - (Tol_{Cubo_{Furo1}} + Tol_{Cubo_{Furo2}}) \cdot \cos(A_{Tol_{Cubo}}) \cdot IO_{Cubo} \quad (3.11)$$

$$H_{Cubo} = H_{Cubo_n} + (Tol_{Cubo_{Furo1}} + Tol_{Cubo_{Furo2}}) \cdot \sin(A_{Tol_{Cubo}}) \cdot IO_{Cubo} \quad (3.12)$$

sendo que  $A_{Tol_{Cubo}}$  varia no intervalo  $[0; 360[$  e  $IO_{Cubo}$  em  $[0; 1]$ . Da Figura 3.12 obteve-se:

$$L_{Cubo_n} = 19 \text{ mm} ; H_{Cubo_n} = 27,40 \text{ mm} ;$$

$$Tol_{Cubo_{Furo1}} = \frac{0,05 \text{ mm}}{2} = 0,025 \text{ mm} ; Tol_{Cubo_{Furo2}} = \frac{0,05 \text{ mm}}{2} = 0,025 \text{ mm} .$$

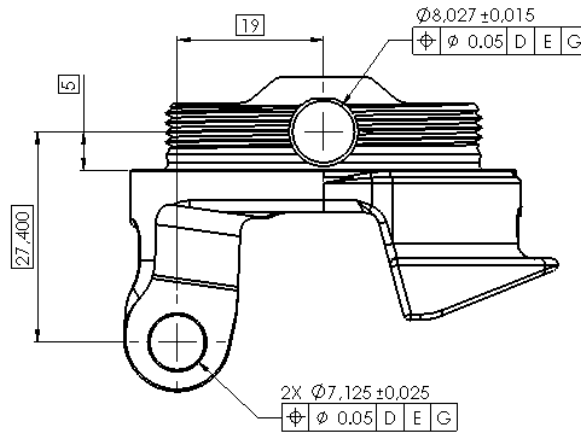


Figura 3.12 – Dimensões e tolerâncias utilizadas do Cubo

Relativamente ao Bloco, considera-se a distância do eixo do furo do Pistão ao eixo do furo central do Bloco ( $L_{Bloco}$ , ver Figura 3.6). Os dois furos apresentam tolerâncias de posição que afectam esta distância e, novamente, estas são especificadas num plano perpendicular ao do estudo, portanto, só afectam o sistema na horizontal, de onde se obtém a expressão (3.13).

$$L_{Bloco} = L_{Bloco_n} + (Tol_{Bloco1} + Tol_{Bloco2}) \cdot IO_{Bloco} \quad (3.13)$$

com  $IO_{Bloco}$  a variar entre -1 e 1. Da Figura 3.13 retiram-se os seguintes valores:

$$L_{Bloco_n} = \frac{70,84 \text{ mm}}{2} = 35,42 \text{ mm}; \quad Tol_{Bloco1} = \frac{0,12 \text{ mm}}{2} = 0,06 \text{ mm};$$

$$Tol_{Bloco2} = \frac{0,02 \text{ mm}}{2} = 0,01 \text{ mm}.$$

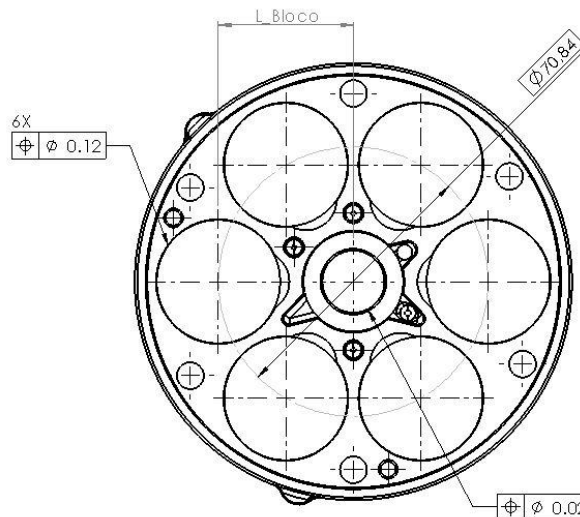


Figura 3.13 – Dimensões e tolerâncias utilizadas do Bloco

Por último, o Pistão, com cavidade esférica onde se montam as Chavetas Esféricas, tem uma tolerância de posição que afecta a distância do centro da cavidade ao topo do Pistão,

assim como a distância ao eixo vertical de coordenadas, pelo que influenciará a cota  $L_{Bloco}$  e  $H_{Pist}$ . Foi portanto utilizado o segundo método enunciado no subcapítulo 2.4 de onde se obtêm as cotas expressas por (3.14) e (3.15).

$$L_{Pist} = -Tol_{Pist} \cdot \cos(A_{Pist}) \cdot IO_{Pist} \quad (3.14)$$

$$H_{Pist} = H_{Pist_n} + Tol_{Pist} \cdot \sin(A_{Pist}) \cdot IO_{Pist} \quad (3.15)$$

com  $IO_{Pist}$  a variar em  $[0; 1]$  e  $A_{Pist}$  a variar em  $[0; 360[$ . Da Figura 3.14 retiram-se os seguintes valores:

$$H_{Pist_n} = 54,23 \text{ mm} ; Tol_{Pist} = \frac{0,1 \text{ mm}}{2} = 0,05 \text{ mm} .$$

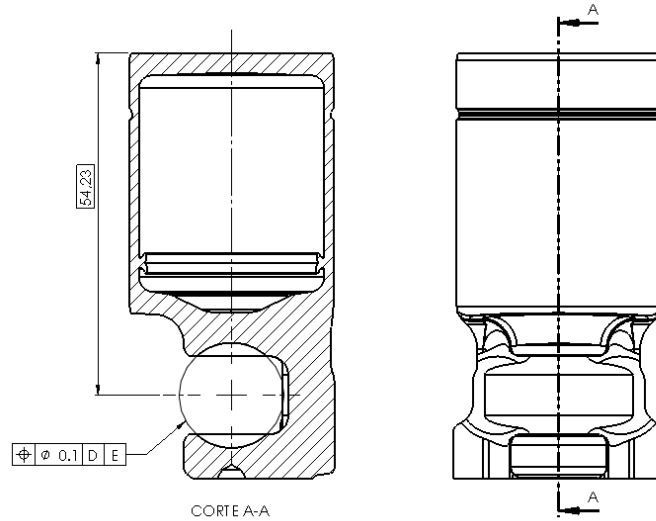


Figura 3.14 – Dimensões e tolerâncias utilizadas do Pistão

### 3.2.3.2 Folgas

Da Montagem Interior resultam três folgas, denominadas por F1, F2 e F3 (Figura 3.6).

A folga resultante da montagem entre o Cubo e o Rotor por meio da Cavilha 1 foi chamada de folga F1, onde a cavilha montada passa pelos furos destes dois componentes. A folga resulta das cotas nominais e tolerâncias dimensionais dos componentes e foi calculada na Condição de Mínimo Material (furos na sua dimensão máxima e a cavilha na sua dimensão mínima) para reproduzir a maior folga possível.

A Figura 3.15 ilustra este “desalinhamento” dos eixos dos furos e da cavilha, que poderá ser calculado pela expressão (3.16),

$$F1 = D1 + D2 \quad (3.16)$$

tendo em conta que,

$$D1 = \frac{\phi_{Rotor_{max}}}{2} - \frac{\phi_{Pin_{min}}}{2}; D2 = \frac{\phi_{Cubo_{max}}}{2} - \frac{\phi_{Pin_{min}}}{2}$$

portanto,

$$F1 = \frac{7,15 \text{ mm}}{2} + \frac{2 \cdot 3,594 \text{ mm}}{2} - 7,083 \text{ mm} = 0,086 \text{ mm}.$$

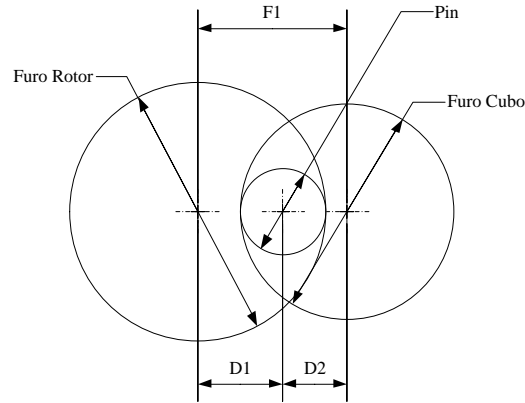


Figura 3.15 – Representação da folga F1

Considerando que o Rotor, em relação ao referencial, se encontra fixo e sendo a Cavilha 1 e o Cubo duas peças com mobilidade, como ilustrado na Figura 3.16, pode observar-se que esta folga ocorre em torno do eixo do furo do Rotor. Considerando a folga F1 como um vector, este pode rodar em torno do eixo do furo do Rotor influenciando a posição do furo do Cubo.

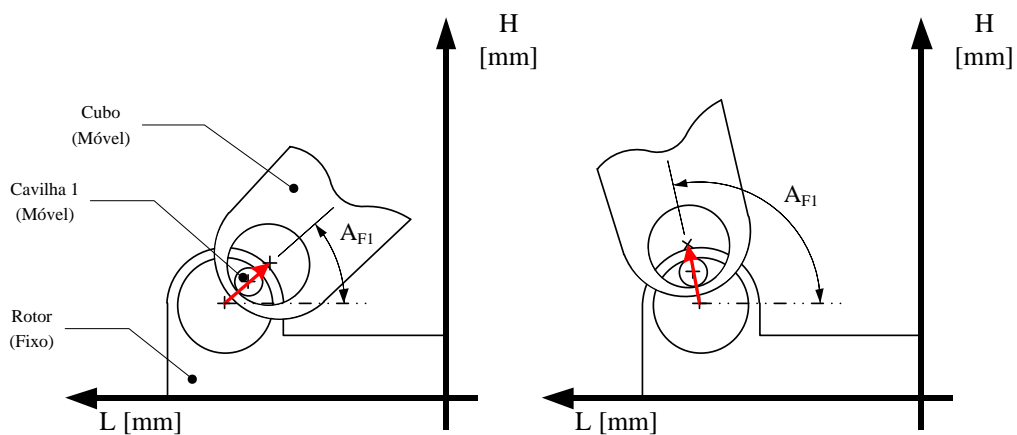


Figura 3.16 – Ilustração de duas configurações com variação dos parâmetros da folga F1  
Note-se que a posição final do furo do Cubo varia com os parâmetros de F1, daí ser necessário determinar as componentes verticais e horizontais da folga.

Utilizando o 2º método enunciado no subcapítulo 2.4 obtêm-se as funções que definem a influência da folga F1, através das expressões (3.17) e (3.18) que provêm das equações (2.8) e (2.9) tendo em conta que não existe um valor nominal da folga, sendo  $H_{Compn}$  e  $L_{Compn}$  nas expressões, iguais a zero:

$$H_{F1} = F1 \cdot \sin(A_{F1}) \cdot IO_{F1} \quad (3.17)$$

$$L_{F1} = -F1 \cdot \cos(A_{F1}) \cdot IO_{F1} \quad (3.18)$$

com  $A_{F1}$  a variar em  $[0; 360[$  e  $IO_{F1}$  em  $[0; 1]$ .

A folga F2 resulta do mesmo efeito. O Casquilho e o Cubo estão montados através da Cavilha 2 e, para a análise, consideram-se novamente as cotas nominais e tolerâncias dimensionais de ambos furos e cavilha na condição de mínimo material. Daqui resulta a expressão (3.19).

$$F2 = \frac{\phi_{Cubo_{max}}}{2} + \frac{\phi_{Casquilho_{max}}}{2} - \phi_{Pin-Casquilho_{min}} \quad (3.19)$$

Existe ainda a tolerância de posição do furo do Casquilho que monta no Veio que influencia a posição horizontal do eixo do furo por onde passa a Cavilha 2.

Tem-se, portanto, a expressão da folga  $F2_{max}$  (3.20),

$$F2_{max} = \frac{\phi_{Cubo_{max}}}{2} + \frac{\phi_{Casquilho_{max}}}{2} - \phi_{Pin-Casquilho_{min}} + \frac{Tol_{PosCasquilho}}{2} \quad (3.20)$$

donde se obtém seu valor,

$$F2_{max} = \frac{8,042 \text{ mm}}{2} + \frac{8,048 \text{ mm}}{2} - 8,001 \text{ mm} + \frac{0,1 \text{ mm}}{2} = 0,094 \text{ mm} .$$

Porém, nesta situação não se considera que esta folga possa variar em torno do eixo do furo do Cubo porque a variação em altura desta folga não afecta a posição do eixo do furo. Apenas a variação horizontal a alterará.

Para clarificar esta particularidade, observe-se na Figura 3.17, diferentes configurações da montagem dos componentes em questão, onde se pode verificar que, da configuração 1 para a 2, o casquilho moveu-se no Veio (ou seja, a folga, representada a vermelho, foi considerada na vertical) sem alterar a posição do eixo do furo do Cubo. Já nas configurações 3 e 4, onde a folga foi considerada horizontalmente, é verificada uma alteração na posição do eixo dos furos do Cubo e a consequente movimentação do Casquilho no Veio.



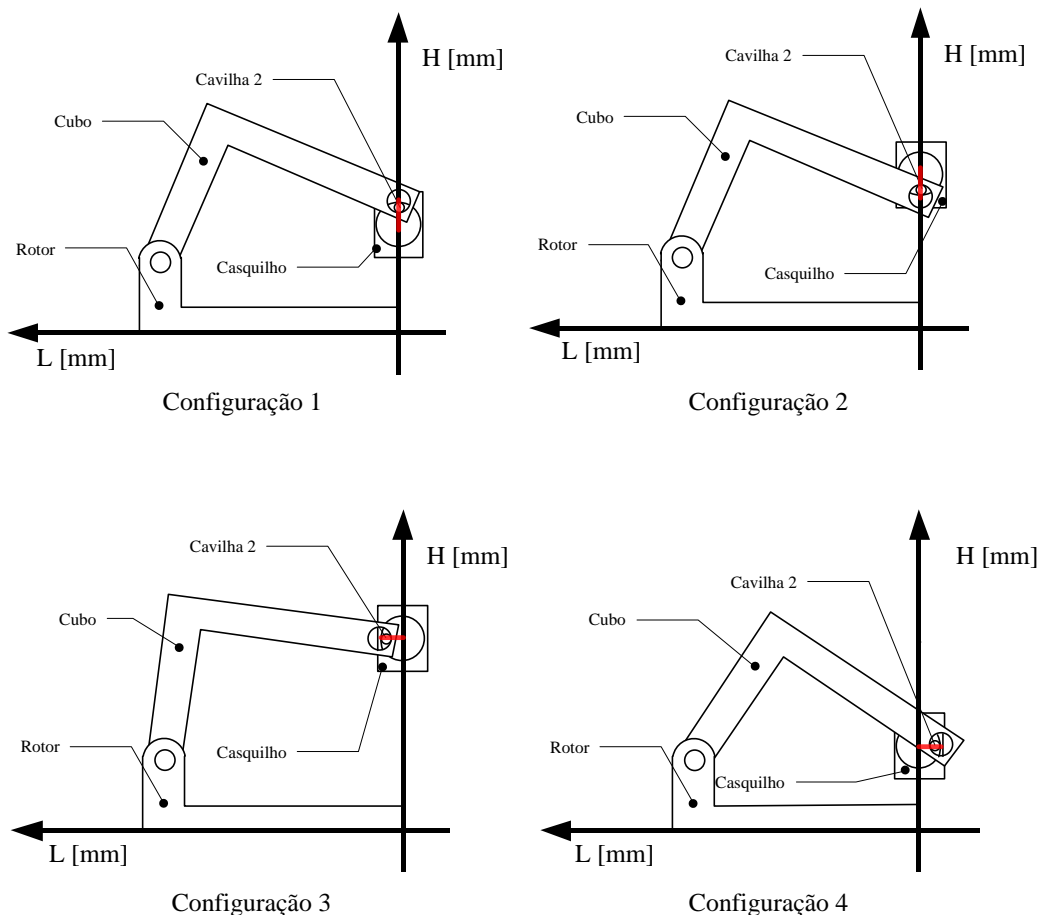


Figura 3.17 – Algumas configurações relacionadas com a folga F2

Daí, com a expressão (3.21) obtém-se a função F2,

$$F2 = F2_{max} \cdot IO_{F2} \quad (3.21)$$

com  $IO_{F2}$  a variar entre -1 e 1.

A folga F3 resulta da diferença entre o diâmetro das Chavetas Esféricas e o diâmetro onde estas se alojam com uma influência directa na função. Sendo esta folga traduzida pela expressão (3.22),

$$F3 = F3_{max} \cdot IO_{F3} \quad (3.22)$$

com  $IO_{F3}$  a variar entre -1 e 1.

No desenho das Chavetas Esféricas são especificadas classes de chavetas com cotas de altura diferentes que são montadas de acordo com parâmetros estabelecidos pela empresa. Para o cálculo da folga F3, será utilizada a dimensão intermédia para as chavetas e ainda, estes componentes juntamente com o Prato Oscilante são considerados na condição de mínimo material no sentido de majorar a folga.

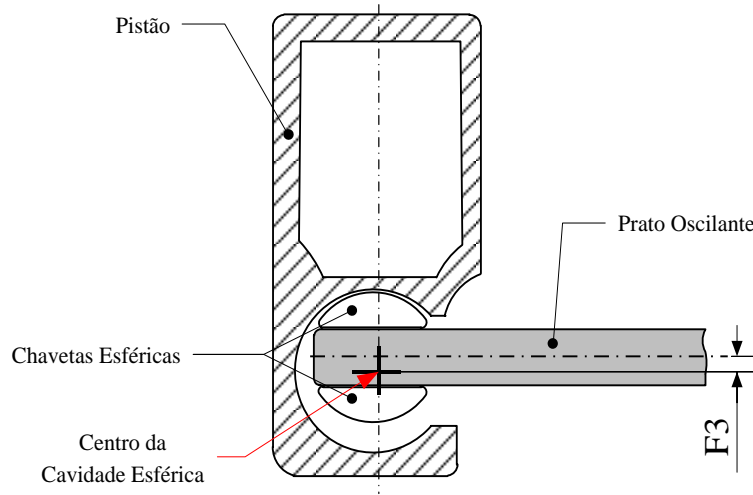


Figura 3.18 – Representação da Folga F3

Note-se que na configuração ilustrada, o conjunto das Chavetas Esféricas e Prato Oscilante encontram-se encostados à zona superior da cavidade esférica, porém, no estudo a folga será também considerada dando encosto à zona inferior.

Atendendo à Figura 3.18 obtém-se a expressão para a folga máxima traduzida por (3.23):

$$F3_{max} = \frac{D_{Cavidade_{max}} - (H_{Chaveta_{min}} \cdot 2 + H_{Prato_{min}})}{2} \quad (3.23)$$

de onde,

$$F3_{max} = \frac{16,724 \text{ mm} - (5,337 \text{ mm} \cdot 2 + 5,975 \text{ mm})}{2} = 0,0375 \text{ mm} .$$

#### 3.2.4. Obtenção da Função $H_{Total}$ Final

A função final traduz o funcionamento do sistema mecânico com a inclusão de todas as tolerâncias e folgas mencionadas no subcapítulo 3.2.3. Estas são acrescentadas individualmente à expressão da função  $H_{Total}$  calculada inicialmente.

Numa primeira fase, são estabelecidos dois pontos, P1 e P2, representados na Figura 3.19, para o auxílio no cálculo das expressões que traduzem o sistema. Note-se que, na figura, a verde estão representados os componentes do sistema, e a vermelho uma possível combinação das folgas consideradas, F1 e F2.

O Ponto 1 é coincidente com o eixo do furo inferior do Cubo. Este na sua posição nominal coincide com o furo do Rotor, porém, com a folga F1 este poderá variar. Pelo que a sua posição é dada pelas expressões (3.24) e (3.25).

$$H_{P1} = H_{Rotor} + H_{F1} \quad (3.24)$$

$$L_{P1} = L_{Rotor} + L_{F1} \quad (3.25)$$

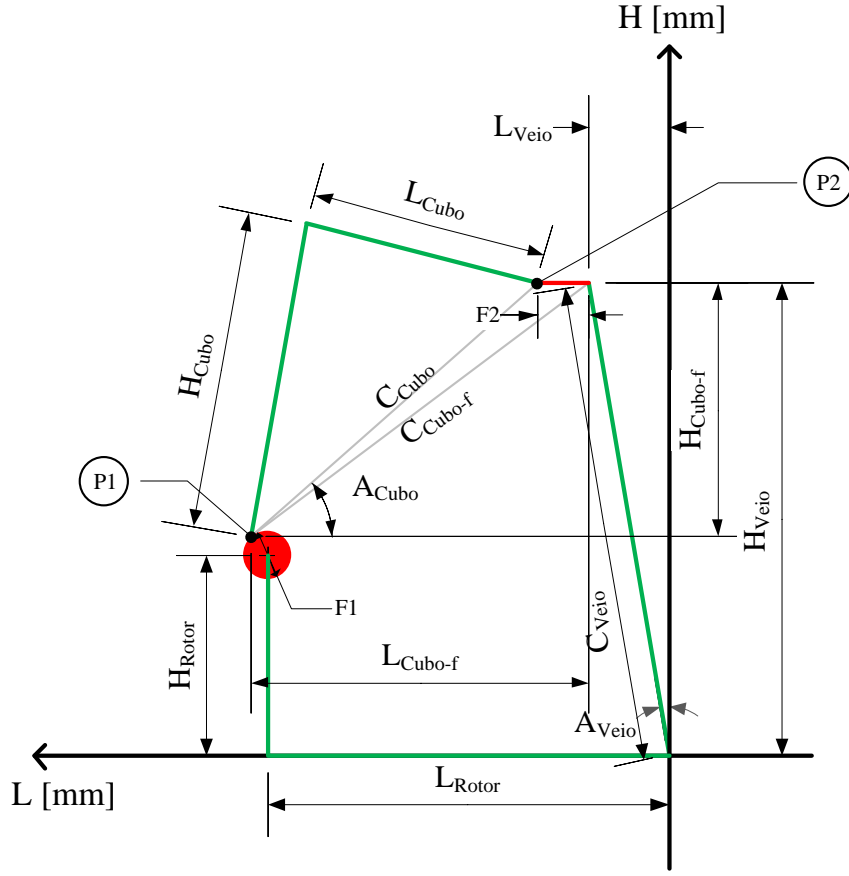


Figura 3.19 – Cotas e folgas utilizadas para o cálculo da posição dos pontos P1 e P2

Para o ponto P2, situado no eixo do furo do Cubo por onde passa a Cavilha 2, são conjugados dois factores, a folga F2 e a inclinação do eixo do Veio. Sabe-se que a folga F2 apenas poderá variar no sentido da Largura, portanto, a resolução do sistema de equações (3.26) baseado na Figura 3.19, dá os valores necessários para o prosseguimento do cálculo,

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{Cubo_f} = L_{P1} - L_{Veio} \\ H_{Cubo_f} = H_{Veio} - H_{P1} \\ L_{Veio} = C_{Veio} \cdot \sin(A_{Veio}) \\ H_{Veio} = C_{Veio} \cdot \cos(A_{Veio}) \\ C_{Cubo_f} = \sqrt{L_{Cubo_f}^2 + H_{Cubo_f}^2} \\ C_{Cubo} = \sqrt{(L_{Cubo_f} - F2)^2 + H_{Cubo_f}^2} \end{array} \right. \quad (3.26)$$

em que as variáveis conhecidas são  $C_{Cubo}$ ,  $A_{Veio}$ ,  $H_{P1}$  e  $L_{P1}$ .

Com o auxílio de *software* de cálculo matemático, resolvendo o sistema de equações em ordem a  $C_{Veio}$ , obtém-se a expressão (3.27).

$$C_{Veio} = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{(-0,5 \cdot (\cos^2(A_{Veio}) \cdot ((-F2)^2 - 2 \cdot F2 \cdot L_{P1} - H_{P1}^2 + L_{P1}^2) - 2 \cdot \sin(A_{Veio}) \cdot \cos(A_{Veio}) \cdot (-F2 + L_{P1}) \cdot H_{P1} - C_{Cubo}^2 + H_{P1}^2))} + \sqrt{2}/2 \cdot (\cos(A_{Veio}) \cdot H_{P1} + \sin(A_{Veio}) \cdot (-F2 + L_{P1}))) \quad (3.27)$$

Através da expressão (3.27) é possível determinar as expressões (3.28) a (3.31), que através da sua conjugação, permitirão calcular as coordenadas do ponto P2.

$$L_{Veio} = C_{Veio} \cdot \sin(A_{Veio}) \quad (3.28)$$

$$H_{Veio} = C_{Veio} \cdot \cos(A_{Veio}) \quad (3.29)$$

$$L_{Cubof} = L_{Rotor} + L_{F1} - L_{Veio} \quad (3.30)$$

$$H_{Cubof} = H_{Veio} - H_{P1} \quad (3.31)$$

A partir da altura do ponto P2, é necessário calcular a cota e tolerância do plano médio do Prato Oscilante relativamente à sua face de encosto com o Cubo –  $Dim_{Final}$  –, pois este, na sua posição nominal é coincidente com o eixo do furo do Cubo. Uma vez que no projecto não está definida a dimensão pretendida (ver Figura 3.20), é necessário efectuar o cálculo para determinar a cota e tolerância dimensional associada a este plano.

$$Dim_1 = 7,992 \text{ mm} - 5,985 \text{ mm} = 2,007 \text{ mm}$$

$$0,01 \text{ mm} + Tol_{Dim_1} = 0,02 \text{ mm} \Leftrightarrow Tol_{Dim_1} = 0,01 \text{ mm}$$

$$Dim_2 = \frac{5,985 \text{ mm} \pm 0,01 \text{ mm}}{2} = 2,9925 \text{ mm} \pm 0,005 \text{ mm}$$

$$Dim_{Final} = Dim_1 + Dim_2 = 2,007 \text{ mm} \pm 0,01 \text{ mm} + 2,9925 \text{ mm} \pm 0,005 \text{ mm}$$

$$Dim_{Final} = 5 \text{ mm} \pm 0,015 \text{ mm}$$

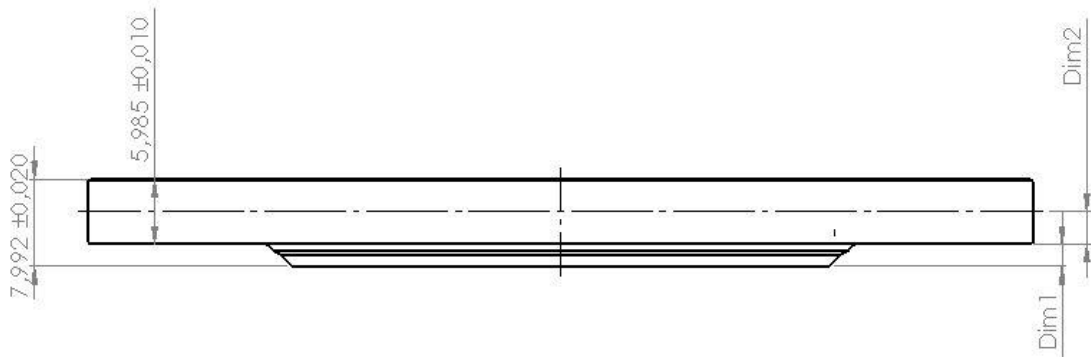


Figura 3.20 – Dimensões e tolerâncias utilizadas do Prato Oscilante

Tendo estabelecido a tolerância associada ao plano médio, é necessário calcular a altura resultante deste desvio tendo em conta a inclinação do Prato Oscilante –  $H_{Prato}$  – através da expressão (3.32).

$$H_{Prato} = Tol_{Prato} \cdot \cos(A_{Prato}) \quad (3.32)$$

em que:

$$A_{Prato} = A_{Cubo_i} - A_{Cubo_f} \quad (3.33)$$

$$A_{Cubo_i} = \tan^{-1} \left( \frac{H_{Cubo}}{L_{Cubo}} \right) \quad (3.34)$$

$$A_{Cubo_f} = \cos^{-1} \left( \frac{L_{Cubo_f} - F2}{C_{Cubo}} \right) \quad (3.35)$$

De seguida é calculada através da expressão (3.36) a altura resultante da inclinação do Prato Oscilante na posição do ponto médio da cavidade esférica do Pistão, contando com o respectivo desvio de posição.

$$H_{Prato_{Inc}} = (L_{Bloco} + L_{Pist} + L_{Prato} - L_{Veio} - F2) \cdot \tan(A_{Prato}) \quad (3.36)$$

onde,

$$L_{Prato} = Tol_{Prato} \cdot \sin(A_{Prato}) \quad (3.37)$$

Observando a Figura 3.21 obtém-se a formulação da Função  $H_{Total}$  final, dada pela expressão (3.38).

$$H_{Total} = H_{Veio} + H_{Prato} + H_{Prato_{Inc}} + F3 + H_{Pist} \quad (3.38)$$

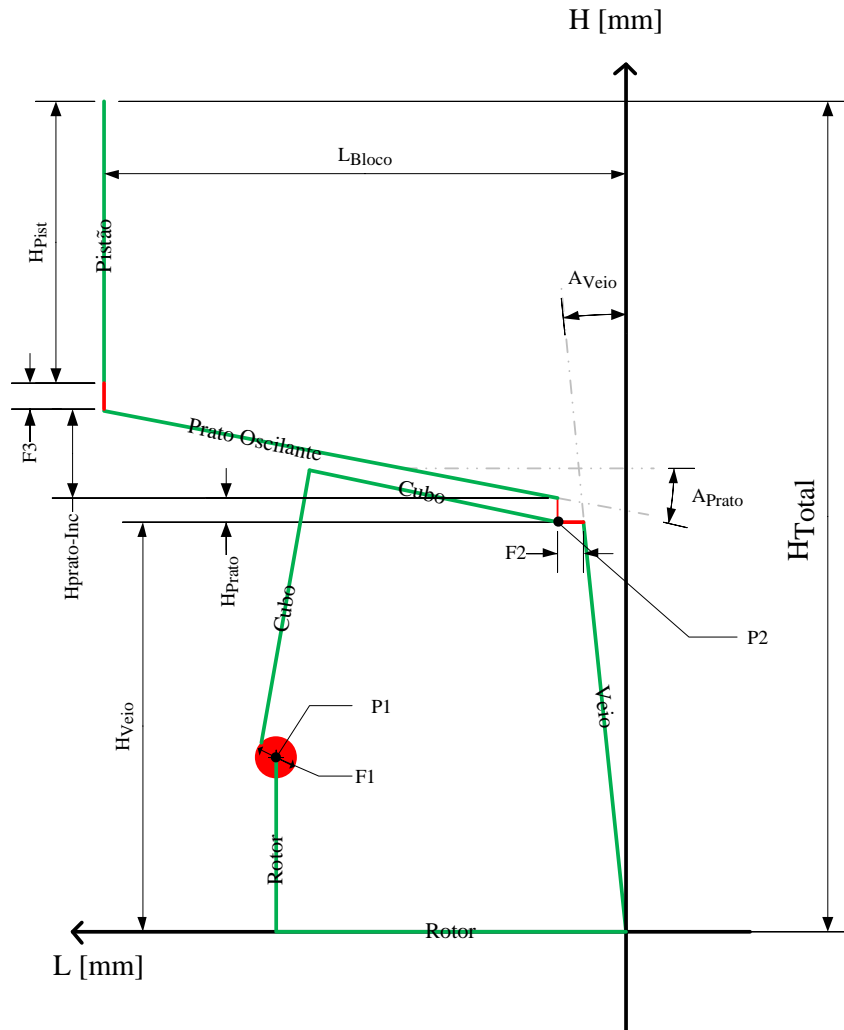


Figura 3.21 – Cotas, ângulos e folgas com influência na Função  $H_{Total}$

### 3.2.5. Cálculo da Distância Máxima e Mínima

A obtenção do valor da distância máxima entre as superfícies do topo do Pistão à base do Rotor é equivalente ao cálculo do máximo e do mínimo da Função  $H_{Total}$ , restringindo as variáveis (cotas e folgas) entre o seu máximo e mínimo.

Foram realizadas duas abordagens diferentes, com o objectivo de determinar o máximo e mínimo da função, através dos programas comerciais *MatLab* e *Mathematica*. Nos anexos 6.1.1 e 6.1.2, encontram-se os códigos utilizados no programa *MatLab* e no anexo 6.2 as expressões e resultados obtidos através da utilização do programa *Mathematica*. Na primeira abordagem, realizada com o *MatLab*, cujo fluxograma se apresenta na Figura 3.22, foram simuladas todas as combinações dos componentes com os seus valores máximos e mínimos, e com variações de 15 graus nos ângulos das variáveis de controlo de tolerâncias e desvios. Porém, esta abordagem não contempla as posições intermédias das cotas e folgas, pois estariam

ou no máximo, ou no mínimo. Foi portanto realizada uma abordagem com o *Mathematica*, de onde se obtiveram resultados que eliminam a possibilidade da presença de máximos ou mínimos fora do domínio estudado através do *MatLab*.

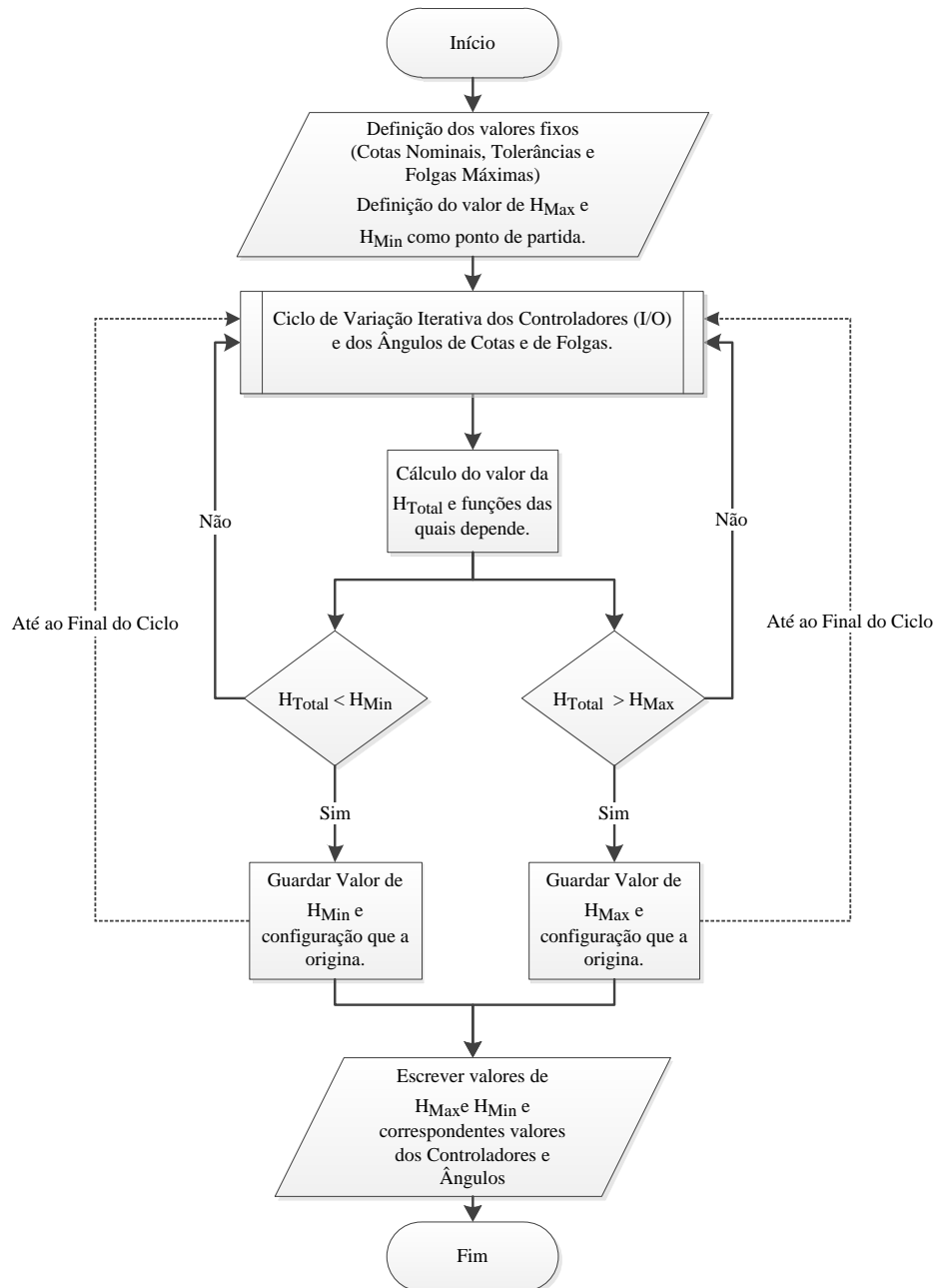


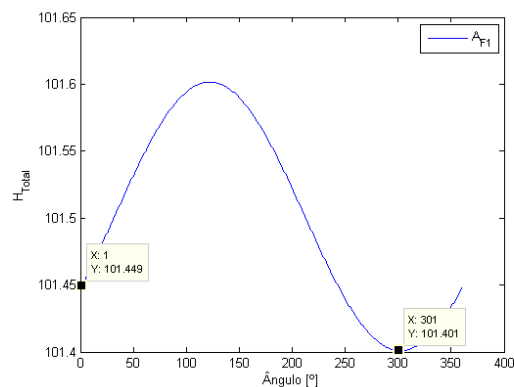
Figura 3.22 – Fluxograma do funcionamento do programa criado em *MatLab*

Na Tabela 3.1 encontram-se os resultados obtidos através dos programas, que correspondem ao máximo e mínimo da função, assim como os valores das variáveis que resultam nesses valores.

Tabela 3.1 – Resultados obtidos através do programa de *MatLab* e *Mathematica*

| Variável              | <i>MatLab</i> |         | <i>Mathematica</i> |         |
|-----------------------|---------------|---------|--------------------|---------|
|                       | Máximo        | Mínimo  | Máximo             | Mínimo  |
| $IO_{Rotor1}$         | 1             | 1       | 1                  | 1       |
| $IO_{Rotor2}$         | 1             | -1      | 1                  | -1      |
| $A_{Rotor} [^\circ]$  | 120           | 300     | 120,81             | 301,21  |
| $IO_{Cubo}$           | 1             | 1       | 1                  | 1       |
| $A_{Cubo} [^\circ]$   | 60            | 240     | 58,13              | 239,62  |
| $IO_{Bloco}$          | 1             | 1       | 1                  | 1       |
| $IO_{Pistão}$         | 1             | 1       | 1                  | 1       |
| $A_{Pistão} [^\circ]$ | 90            | 270     | 91,06              | 269,16  |
| $IO_{Prato}$          | 1             | -1      | 1                  | -1      |
| $IO_{F1}$             | 1             | 1       | 1                  | 1       |
| $A_{F1} [^\circ]$     | 120           | 300     | 120,81             | 0       |
| $IO_{F2}$             | -1            | 1       | -1                 | 1       |
| $IO_{F3}$             | 1             | -1      | 1                  | -1      |
| $IO_{Aveio}$          | -1            | 1       | -1                 | 1       |
| $H_{Total} [mm]$      | 102,444       | 101,401 | 102,444            | 101,449 |
| Variação [mm]         | 1,043         |         | 0,995              |         |

Os resultados das duas abordagens diferem no valor do mínimo da função devido ao valor de  $A_{F1}$ . Embora tenham sido utilizadas diferentes funções de cálculo de extremos de funções no *Mathematica*, não foi possível obter os mesmos resultados neste *software* e no *MatLab*. No sentido de esclarecer a diferença entre os valores dos dois *softwares*, foi criado um gráfico que exprime o valor de  $H_{Total}$  em função da variação  $A_{F1}$  (Figura 3.23). Mantendo o valor das restantes variáveis nos valores apresentados na tabela. De onde se pode concluir que o resultado obtido de  $A_{F1}$  em *MatLab* é efectivamente o que resulta no mínimo da função.

Figura 3.23 – Gráfico de  $H_{Total}$  em função da variação de  $A_{F1}$



### 3.3. Montagem Exterior – Análise de Tolerâncias

#### 3.3.1. Introdução

A Montagem Exterior é composta por sete componentes, ilustrados na Figura 3.24. Foi realizada uma análise de tolerâncias unidimensional pois tratam-se apenas de superfícies planas de encosto. Foram, portanto, manualmente determinadas as configurações dos componentes que resultam no desvio máximo e mínimo.

No subcapítulo 3.3.2 encontram-se apresentadas as cotas, respectivas tolerâncias dimensionais e geométricas relativas às faces de encosto entre componentes, e no subcapítulo 3.3.3 estão apresentadas as configurações dos componentes que resultaram no desvio máximo e mínimo.

Finalmente, no subcapítulo 3.3.4, é calculada a distância máxima e mínima entre as superfícies de topo da Junta da Cabeça à do Anel do Porta Rolos, cujos resultados são posteriormente conjugados com os resultados obtidos no subcapítulo 3.2, do estudo da Montagem Interior.

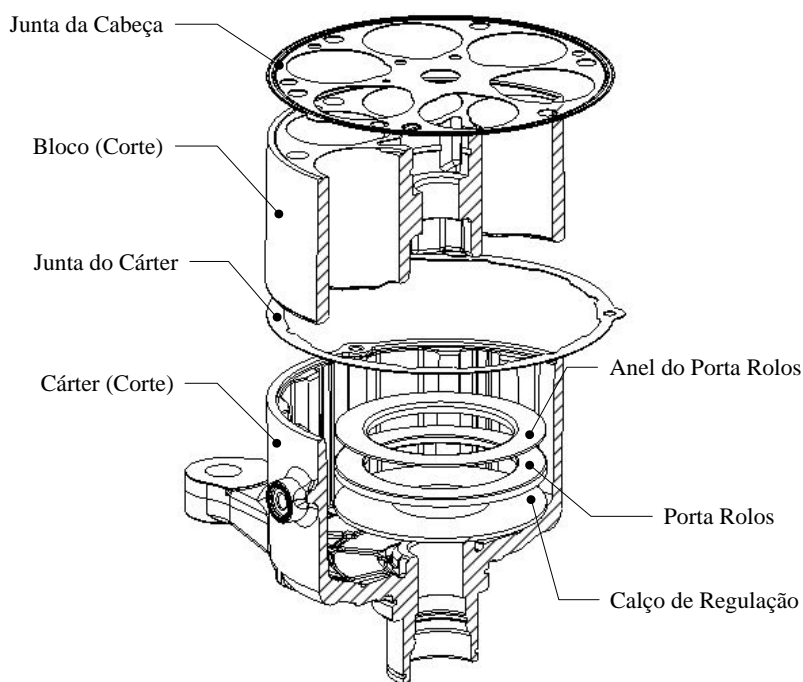


Figura 3.24 – Componentes constituintes da Montagem Exterior

### 3.3.2. Cotas e Tolerâncias Utilizadas

A Figura 3.33 apresenta a cadeia mínima de cotas estabelecida, da superfície de topo da Junta da Cabeça até à superfície de topo do Anel do Porta Rolos. As tolerâncias isoladas (de planeza, rectidão, etc.) aplicadas às superfícies em estudo não são levadas em conta pois estas apenas estabelecem relações entre pontos do mesmo plano, o que não se traduz numa relação entre superfícies.

Relativamente à Junta da Cabeça, apenas é tomada em conta apenas a cota de espessura da junta e respectiva tolerância dimensional:  $0,380 \pm 0,040$  mm.

Relativamente ao Bloco, existe uma cota e respectiva tolerância entre as duas superfícies, de topo e da base, e ainda uma tolerância de paralelismo da superfície superior em relação à inferior, representado na Figura 3.25. O diâmetro do componente é também relevante uma vez que será utilizado para o cálculo da inclinação máxima da superfície com a tolerância de paralelismo.

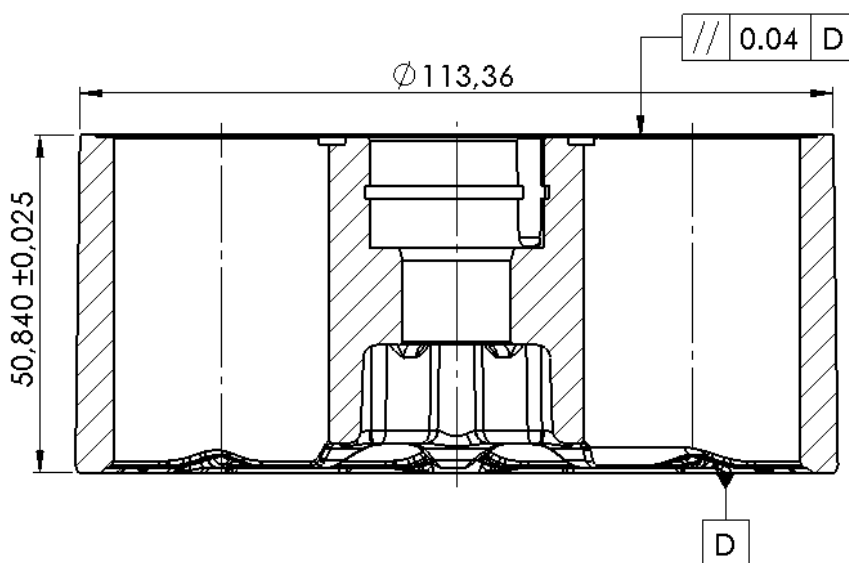


Figura 3.25 – Dimensões e tolerâncias utilizadas do Bloco

Segue-se a Junta do Carter na qual é tomada em conta a sua espessura e tolerância dimensional:  $0,380 \pm 0,040$  mm.

No Cáter, apresentam-se as cotas e respectivas tolerâncias dimensionais para as superfícies relevantes ao estudo e ainda três tolerâncias geométricas: uma de paralelismo e duas de perpendicularidade. Porém, como será demonstrado no subcapítulo 3.3.3, uma das tolerâncias é considerada redundante pois uma delas define uma zona de tolerância que abrange a outra.

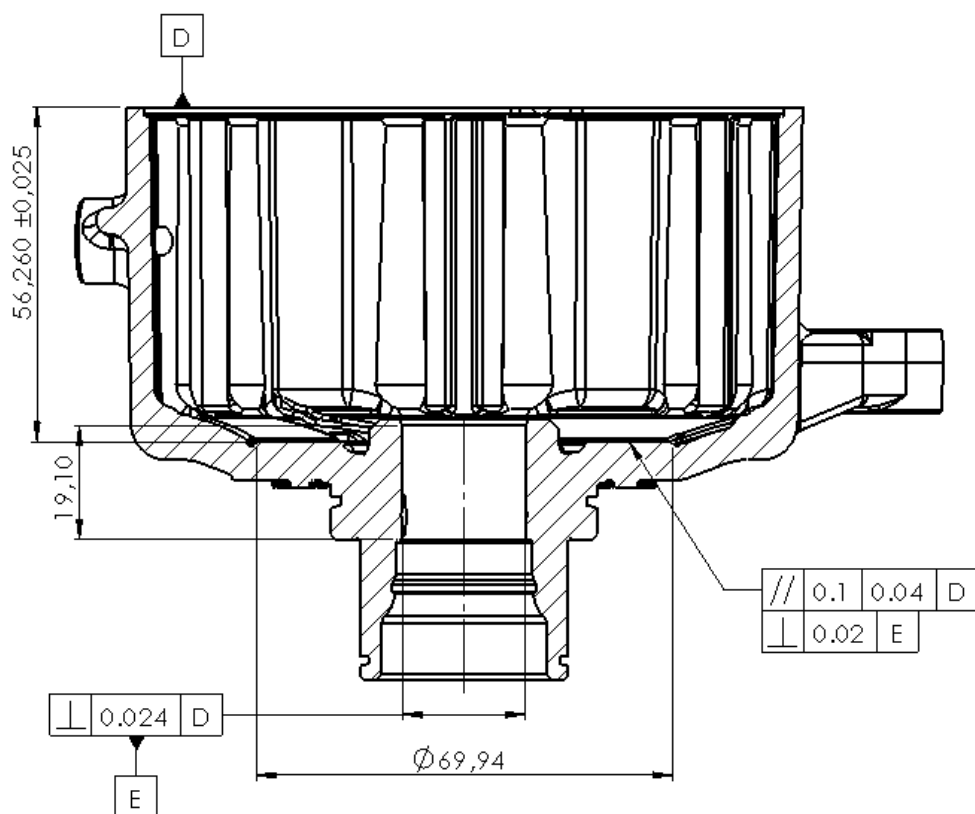


Figura 3.26 – Dimensões e tolerâncias utilizadas do Cárter

Relativamente ao Calço de Regulação, existem diferentes classes dos calços, i.e., sendo este um componente de regulação, existem vários valores para a espessura do calço que é, segundo especificações, escolhido conforme a folga medida (P.E.C.) na montagem. Do conjunto dos valores, será utilizado o valor médio e a respectiva tolerância dimensional:  $1,60 \pm 0,02$  mm.

Quanto ao Porta Rolos, é apenas especificada a cota e respectiva tolerância dimensional entre os planos (superior e inferior) tangentes aos rolos, conforme se apresenta na Figura 3.27.

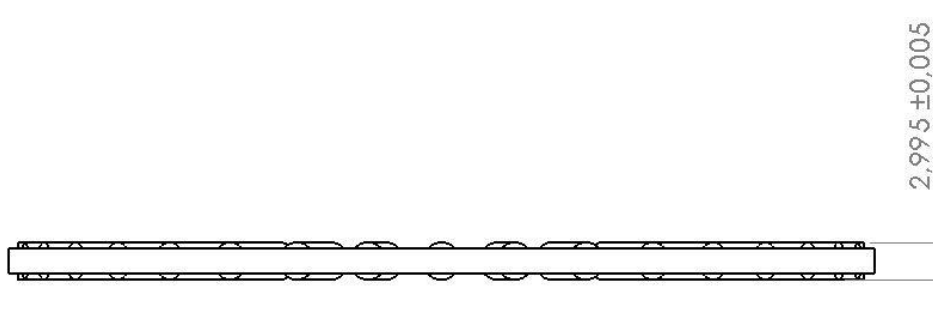


Figura 3.27 – Dimensões e tolerâncias utilizadas do Porta Rolos

Relativamente ao Anel do Porta Rolos, tem-se a tolerância dimensional da cota entre os dois planos relevantes para o estudo e ainda uma tolerância de paralelismo. (Figura 3.28)

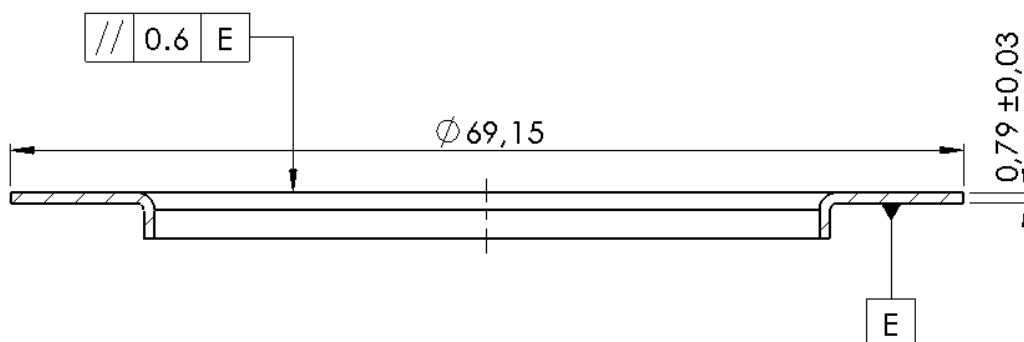


Figura 3.28 – Dimensões e tolerâncias utilizadas do Anel do Porta Rolos

### 3.3.3. Configuração dos Componentes e da Montagem

De acordo com as cotas e tolerâncias apresentadas no subcapítulo 3.3.2, apresentam-se os componentes com o respectivo desvio geométrico máximo permitido pelas tolerâncias geométricas especificadas. Note-se que as únicas tolerâncias geométricas constituintes do estudo são tolerâncias paralelismo e ainda, que as figuras consistem numa representação simplificada e desproporcional dos componentes, de forma a evidenciar os desvios considerados.

Note-se também que a zona de tolerância relativa ao paralelismo, nas ilustrações que se apresentam, não se encontra centrada com a linha da cota normal do componente porque o ponto mais elevado do plano deverá estar contido na zona de tolerância dimensional do componente, a que se dá o nome de condição envelope.

Como exemplo, observe-se na Figura 3.29, no caso (a) em que a zona de tolerância se considera abaixo da cota (a cinzento), tendo o componente a sua cota máxima (o componente nunca excederá a sua cota máxima). Este fenómeno acontece no caso (b), em que a zona de tolerância se encontra centrada na cota máxima, e assim, o desvio geométrico ultrapassaria o valor da cota máxima do componente. No caso (c) e (d) em que o componente se encontra na sua cota mínima, em (c) o ponto mais alto da superfície estará no valor da cota mínima, ao passo que, em (d) a superfície está acima do limite mínimo.

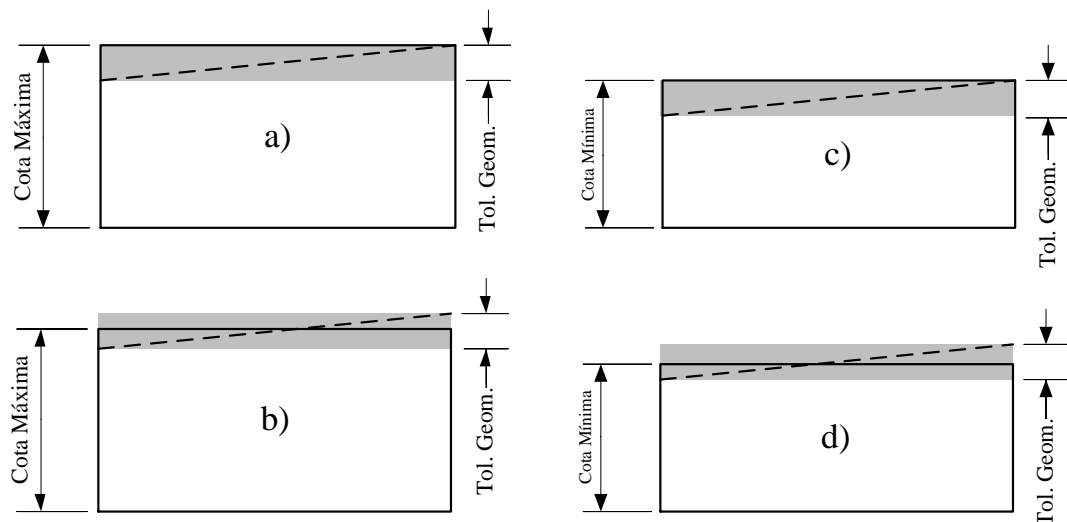


Figura 3.29 – Representação da posição relativa da zona de tolerância geométrica

Relativamente ao Bloco, a Figura 3.30 apresenta a configuração do componente com o desvio, onde a linha a tracejado representa a inclinação máxima da superfície toleranciada do componente.

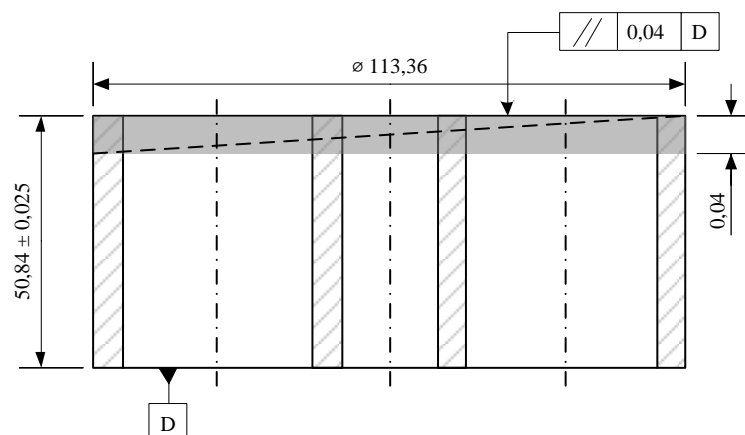


Figura 3.30 – Inclinação máxima admitida para a superfície de interface do Bloco

A inclinação máxima do plano, representado na figura, é calculada através da seguinte expressão:

$$\alpha_{Bloco} = \tan^{-1} \left( \frac{0,04 \text{ mm}}{113,36 \text{ mm}} \right) = 0,02022^\circ$$

Relativamente ao Cárter, existem duas tolerâncias que se sobrepõem, ou seja, tolerâncias que definem dois intervalos para a mesma superfície. Veja-se na Figura 3.31, a superfície à qual é aplicada a tolerância de paralelismo em relação à superfície D tem também uma tolerância de perpendicularidade em relação à referência E, que, por sua vez, depende da

superfície de referência D. Efectuando os cálculos, uma destas estabelece um intervalo menor que o outro para a inclinação do plano, pelo que uma das tolerâncias é redundante.

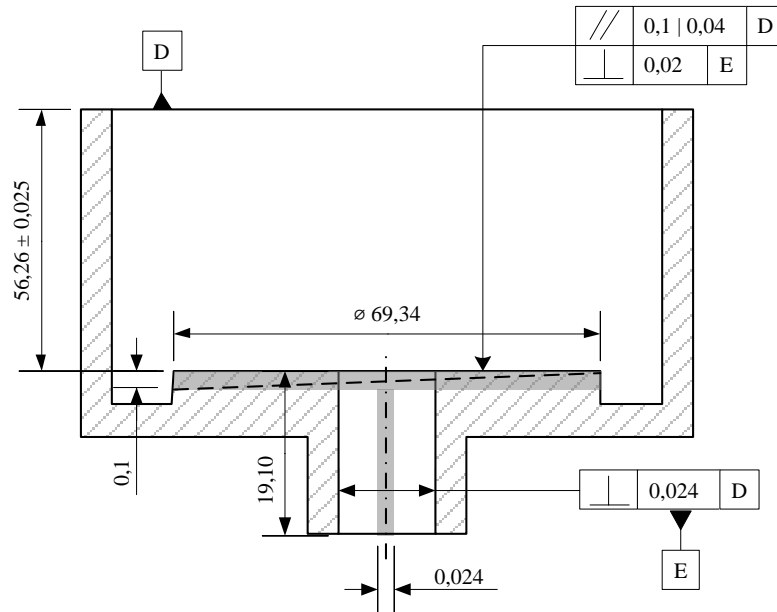


Figura 3.31 – Inclinação máxima admitida para a superfície de interface do Cáster

Observando a Figura 3.31, segundo a tolerância de paralelismo de 0,1 mm, a superfície a que é aplicada poderá ter um ângulo máximo, relativo à superfície de referência D, de:

$$\alpha_{Cáster_1} = \tan^{-1} \left( \frac{0,1 \text{ mm}}{69,94 \text{ mm}} \right) = 0,08192^\circ$$

Relativamente à tolerância de perpendicularidade do plano em relação à referência E, este poderá ter uma inclinação em relação ao furo de:

$$\alpha_{Cáster-Furo} = \tan^{-1} \left( \frac{0,02 \text{ mm}}{69,94 \text{ mm}} \right) = 0,01638^\circ$$

e ainda, o eixo do furo poderá ter uma inclinação máxima relativa à superfície de referência D de:

$$\alpha_{Furo} = \tan^{-1} \left( \frac{0,024 \text{ mm}}{19,10 \text{ mm}} \right) = 0,07199^\circ$$

portanto, a inclinação máxima do plano em análise segundo ambas as tolerâncias de perpendicularidade será de:

$$\alpha_{Cáster_2} = \alpha_{Furo} + \alpha_{Cáster-Furo} = 0,08838^\circ$$

O que prova que a tolerância de perpendicularidade do plano em análise é uma tolerância redundante, pois se as tolerâncias de paralelismo do plano em análise e de

perpendicularidade do eixo do furo forem cumpridas, a tolerância de perpendicularidade do plano relativamente ao eixo é, consequentemente, garantida.

Tem-se, finalmente, o Anel do Porta Rolos, ilustrado na Figura 3.32, onde a linha a tracejado representa a inclinação da superfície, em que o valor máximo da inclinação da superfície é dado por:

$$\alpha_{AnelPortaRolos} = \tan^{-1} \left( \frac{0,6 \text{ mm}}{69,15 \text{ mm}} \right) = 0,49713^\circ$$

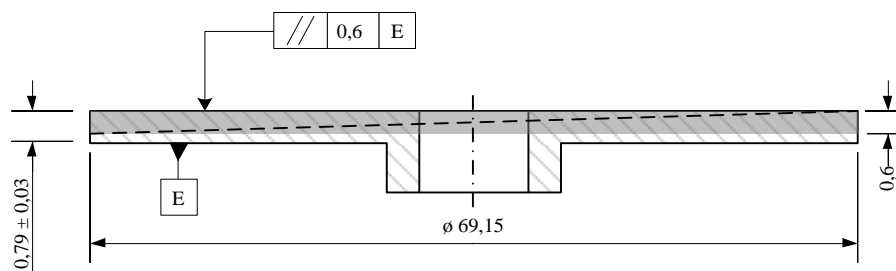


Figura 3.32 – Inclinação máxima admitida para a superfície de interface do Anel do Porta Rolos

#### 3.3.4. Cálculo da Distância Máxima e Mínima

Das configurações dos componentes apresentados anteriormente, resultam os valores máximos e mínimos, que são calculados no presente subcapítulo. Note-se que, para além da inclinação dos planos ter sido ajustada de forma a criar o maior desvio, ilustrado na Figura 3.33, são, também, conjugadas as tolerâncias dimensionais dos componentes de forma a majorar e minorar este efeito.

Observe-se que as cotas funcionais da cadeia de cotas podem contribuir de uma forma positiva ou negativa. Estas cotas, são chamadas de cotas parciais crescentes (P.C. – usado na nomenclatura da Figura 3.33) ou cotas parciais decrescentes (P.D. – usado na nomenclatura da Figura 3.33). Um aumento de uma cota parcial crescente resulta num aumento da cota resultante, enquanto um aumento de uma cota parcial decrescente resulta numa diminuição da cota resultante.

Portanto, para o cálculo da distância máxima ( $H_{Max}$ ), as juntas, o Bloco e o Cárter são considerados na sua cota máxima, uma vez que pertencem ao conjunto de cotas parciais crescentes; o Anel do Porta Rolos, o Porta Rolos e o Calço de Regulação na sua cota mínima, pois pertencem ao conjunto de cotas parciais decrescentes. O inverso é considerado para o cálculo da distância mínima ( $H_{Min}$ ).

Estão representadas na Figura 3.33, as cotas que representam a distância máxima,  $H_{Max}$ , e mínima,  $H_{Min}$ , entre pontos dos planos em estudo. Estão também ilustradas as cotas

$H_{PC_{Max}}$  e  $H_{PC_{Min}}$ , que representam as cotas dos componentes de cotas parciais crescentes. E finalmente,  $H_{PD_{Max}}$  e  $H_{PD_{Min}}$ , representando as cotas pertencentes aos componentes de cotas parciais decrescentes.

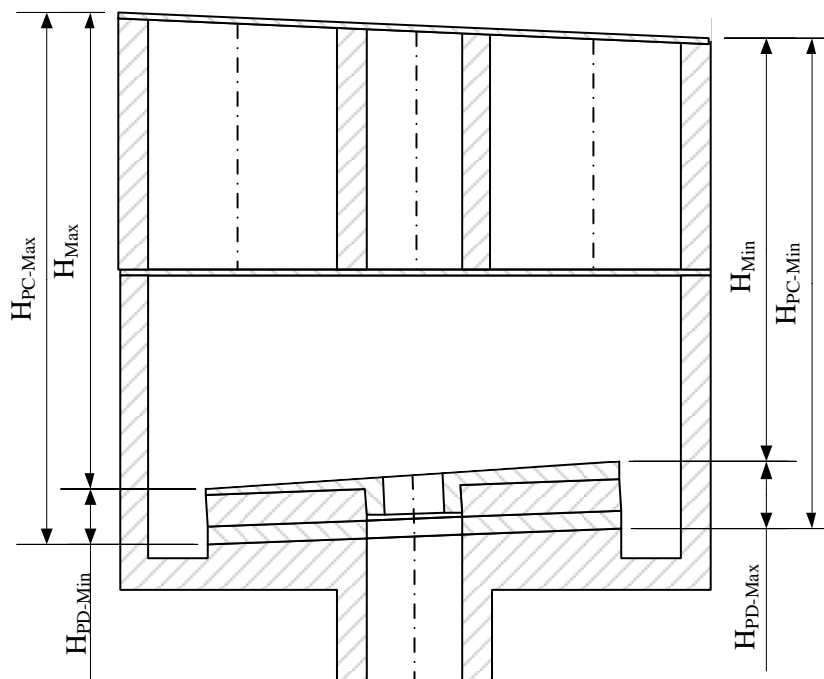


Figura 3.33 – Montagem Exterior com os respectivos desvios de paralelismo em cada componente

Na Tabela 3.2 apresentam-se sintetizados, os valores apresentados nos subcapítulos 3.3.2 e 3.3.3, e utilizados para os cálculos efectuados no presente subcapítulo.

Tabela 3.2 – Resumo das cotas e tolerâncias dos componentes

| Componente          | Cota [mm] | Cota Parcial | Tolerância Dimensional [mm] | Tipo de Tolerância Geométrica | Tolerância Geométrica [mm] | Diâmetro [mm] | Inclinação Máxima [°] |
|---------------------|-----------|--------------|-----------------------------|-------------------------------|----------------------------|---------------|-----------------------|
| Junta da Cabeça     | 0,38      | Crescente    | $\pm 0,040$                 | -                             | -                          | -             | -                     |
| Bloco               | 50,84     | Crescente    | $\pm 0,025$                 | Paralelismo                   | 0,04                       | 113,36        | 0,02023               |
| Junta do Câter      | 0,38      | Crescente    | $\pm 0,040$                 | -                             | -                          | -             | -                     |
| Câter               | 56,26     | Crescente    | $\pm 0,025$                 | Paralelismo                   | 0,1                        | 69,34         | 0,08192               |
| Calço de Regulação  | 1,60      | Decrescente  | $\pm 0,020$                 | -                             | -                          | -             | -                     |
| Porta Rolos         | 2,995     | Decrescente  | $\pm 0,005$                 | -                             | -                          | -             | -                     |
| Anel do Porta Rolos | 0,79      | Decrescente  | $\pm 0,030$                 | Paralelismo                   | 0,6                        | 69,15         | 0,49713               |



Observando a Figura 3.33 obtém-se a expressão (3.39) da distância entre os pontos das superfícies em estudo, independentemente de se considerar a altura máxima ou mínima.

$$H_{Total} = H_{PC} - H_{PD} \quad (3.39)$$

Em que, para o valor máximo de  $H_{Total}$  tem-se a expressão (3.40),

$$H_{Max} = H_{PC_{Max}} - H_{PD_{Min}} \quad (3.40)$$

inversamente, o valor mínimo de  $H_{Total}$  é dado pela expressão (3.41).

$$H_{Min} = H_{PC_{Min}} - H_{PD_{Max}} \quad (3.41)$$

Procede-se então para o cálculo dos valores necessários para obter os valores de  $H_{Max}$  e  $H_{Min}$  através das expressões (3.42) a (3.45).

$$H_{PC_{Max}} = Tol_{GeomCárter} + H_{Cárter_{Max}} + H_{JuntaCárter_{Max}} + H_{Bloco_{Max}} + (H_{JuntaCabeça_{Max}}) \cdot \cos(\alpha_{Bloco}) \quad (3.42)$$

$$H_{PC_{Max}} = 107,99 \text{ mm}$$

e,

$$H_{PD_{Min}} = (H_{AnelRolos_{Min}} - Tol_{GeomAnelRolos} + H_{PortaRolos_{Min}} + H_{Calço_{Min}}) * \cos(\alpha_{Cárter}) \quad (3.43)$$

$$H_{PD_{Min}} = 4,63 \text{ mm}$$

obtendo-se portanto:

$$H_{Max} = 107,99 \text{ mm} - 4,63 \text{ mm} = 103,36 \text{ mm} .$$

e ainda,

$$H_{PC_{Min}} = H_{Cárter_{Min}} + H_{JuntaCárter_{Min}} + H_{Bloco_{Min}} - Tol_{GeomBloco} + (H_{JuntaCabeça_{Min}}) \cdot \cos(\alpha_{Bloco}) \quad (3.44)$$

$$H_{PC_{Min}} = 107,69 \text{ mm}$$

e,

$$H_{PD_{Max}} = (H_{AnelRolos_{Max}} + H_{PortaRolos_{Max}} + H_{Calço_{Max}}) * \cos(\alpha_{Cárter}) \quad (3.45)$$

$$H_{PD_{Max}} = 5,44 \text{ mm}$$

de onde se obtém:

$$H_{Min} = 107,69 \text{ mm} - 5,44 \text{ mm} = 102,25 \text{ mm} .$$

Com o valor máximo e mínimo, pode-se então obter a variação:

$$H_{Max} - H_{Min} = 1,11 \text{ mm} .$$

### 3.4. Combinação dos Efeitos

Após a determinação dos resultados máximos e mínimos de distâncias entre superfícies das duas montagens é necessário combinar os resultados para determinar a folga máxima, mínima e o intervalo por onde poderá variar a condição de funcionamento, a folga P.E.C.

Tendo em conta a cadeia de cotas inicial, respectiva às duas montagens – sendo a Montagem Interior classificada como uma cota parcial decrescente e a Montagem Exterior como uma cota parcial crescente – o valor da altura máxima da Montagem Interior é subtraído ao valor da altura mínima da Montagem Exterior, para o cálculo da folga mínima, e inversamente para a folga máxima, de onde se obtém:

$$f_{Min} = 102,25 \text{ mm} - 102,444 \text{ mm} = - 0,194 \text{ mm}$$

$$f_{Max} = 103,36 \text{ mm} - 101,401 \text{ mm} = 1,959 \text{ mm}$$

O facto do valor da folga mínima ser negativo, indica, que na configuração que representa a menor folga, a superfície do topo do Pistão ultrapassa a superfície de topo da Junta da Cabeça (consultar Figura 3.1).

O valor da variação da folga resulta da diferença entre a folga mínima e máxima, obtendo-se:

$$\Delta F = F_{Max} - F_{Min} = 2,153 \text{ mm} .$$

### 3.5. Análise da Influência

A análise da influência de cada tolerância e folga incluída no estudo revela-se de extrema importância, pois possibilita identificar qual o parâmetro que mais contribui para a variação da condição funcional. Visando aumentar ou reduzir esta variação, do estudo, concluir-se-á qual a alteração que mais eficazmente contribuirá para o objectivo previsto.

### 3.5.1. Montagem Interior

No sentido de determinar a influência dos parâmetros na Montagem Interior, foi utilizada uma abordagem numérica, com a utilização de valores aleatórios, que se baseia no princípio de variação absoluta de uma função, provocada pela variação de um determinado parâmetro,  $x_i$ , dada pela expressão (3.46).

$$\Delta f(x_1, \dots, x_n) = \frac{|f(x_1, \dots, x_i + \Delta x_i, \dots, x_n) - f(x_1, \dots, x_n)|}{\Delta x_i} \quad (3.46)$$

Uma vez que se sabe que a variação provocada por um parâmetro depende do valor atribuído aos restantes, foi determinado o valor médio da variação. Para isto, na simulação efectuada foi criado um programa (Anexo 6.1.3) que executa os seguintes passos, onde N é o número de ciclos realizados, neste caso foi utilizado  $N=10^4$ :

- 1- Atribuir valores aleatórios às variáveis da função;
- 2- Calcular o valor da função com os valores das variáveis;
- 3- Incrementar o valor de uma determinada variável  $x_i$ ;
- 4- Calcular a variação da variável  $x_i$ , denominada por  $\Delta x_i$ ;
- 5- Calcular o módulo da variação resultante na função  $H_{Total}$  e dividir por  $\Delta x_i$ ;
- 6- Somar o valor da variação a uma variável de acumulação;
- 7- Repetir os passos de 1 até 6, N vezes;
- 8- Dividir o valor da variável de acumulação por N, obtendo a média da variação.

Sendo que estes passos foram efectuados para todas as variáveis do sistema. Como variável de teste, tem-se a folga F3 que contribui directamente na função, pelo que serviu como confirmação dos resultados obtidos.

Na Tabela 3.3 apresentam-se os resultados do estudo relativo à influência de cada variável na função  $H_{Total}$ .

Tabela 3.3 – Resultados da simulação da análise de influência

| Variável             | Tolerância [mm] | Variação Média Provocada [mm] | Percentagem do Total [%] (1) | Percentagem da Variação Média na Tolerância [%] (2) | Percentagem do Somatório do Produto de (1) por (2) [%] |
|----------------------|-----------------|-------------------------------|------------------------------|-----------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| IO <sub>Rotor2</sub> | 0,1750          | 0,1053                        | 19,4                         | 60,2                                                | 23,3                                                   |
| IO <sub>Rotor1</sub> | 0,0500          | 0,0368                        | 6,8                          | 73,6                                                | 10,0                                                   |
| A <sub>Rotor</sub>   | -               | 0,0249                        | 4,6                          | -                                                   | -                                                      |
| IO <sub>Cubo</sub>   | 0,0500          | 0,0369                        | 6,8                          | 73,9                                                | 10,0                                                   |
| A <sub>Cubo</sub>    | -               | 0,0251                        | 4,6                          | -                                                   | -                                                      |
| IO <sub>Bloco</sub>  | 0,0700          | 0,0003                        | 0,1                          | 0,4                                                 | 0,0                                                    |
| IO <sub>Pist</sub>   | 0,0500          | 0,0318                        | 5,9                          | 63,6                                                | 7,46                                                   |
| A <sub>Pist</sub>    | -               | 0,0248                        | 4,6                          | -                                                   | -                                                      |
| IO <sub>Prato</sub>  | 0,0150          | 0,0150                        | 2,8                          | 100,0                                               | 5,52                                                   |
| IO <sub>F1</sub>     | 0,0860          | 0,0633                        | 11,7                         | 73,6                                                | 17,2                                                   |
| A <sub>F1</sub>      | -               | 0,0432                        | 8,0                          | -                                                   | -                                                      |
| IO <sub>F2</sub>     | 0,0940          | 0,0569                        | 10,5                         | 60,5                                                | 12,7                                                   |
| IO <sub>F3</sub>     | 0,0375          | 0,0375                        | 6,9                          | 100,0                                               | 13,8                                                   |
| IO <sub>AVeio</sub>  | -               | 0,0402                        | 7,4                          | -                                                   | -                                                      |
| Total                | 0,6275          | 0,5420                        |                              |                                                     |                                                        |

A coluna da percentagem do total traduz a percentagem de cada parâmetro relativamente ao somatório da variação média, que indica a contribuição de cada parâmetro na variação média total. A coluna da percentagem da variação média na tolerância relaciona a variação média de um parâmetro com a sua tolerância, traduzindo o valor em percentagem da sua tolerância que contribui para a folga em estudo. A última coluna, foi criada para evidenciar quais as variáveis que obtinham maiores valores em ambas colunas (1) e (2).

Veja-se por exemplo o parâmetro F3, a variável de teste, cuja tolerância e a sua contribuição média detêm o mesmo valor, o que indica que ao alterar a tolerância F3 se obterá uma redução do mesmo valor na contribuição desta no valor de  $H_{Total}$ . Esta considera-se a variável de teste, pois na função  $H_{Total}$  (3.38) a folga F3 é somada aos restantes valores, não dependendo de nenhuma outra variável.

### 3.5.2. Montagem Exterior

Atendendo às expressões determinadas no subcapítulo 3.3.4, de (3.39) a (3.45), verifica-se que, na sua maioria, os componentes intervêm nas expressões de modo directo, isto é, a sua influência é linear – um aumento na cota do componente traduz-se no aumento ou

redução do mesmo valor na dimensão em estudo. Os casos em que o descrito não acontece devem-se ao produto da cota pelo co-seno do ângulo de inclinação do plano do Cártter ou Bloco.

Tendo em conta que,

$$\cos(\alpha_{Cárter}) \approx \cos(\alpha_{Bloco}) \approx 1$$

resultam, portanto, as expressões (3.47) a (3.50) derivadas das (3.42) a (3.45),

$$H_{PC_{Max}} = Tol_{Geom_{Cárter}} + H_{Cárter_{Max}} + H_{JuntaCárter_{Max}} + H_{Bloco_{Max}} + H_{JuntaCabeça_{Max}} \quad (3.47)$$

$$H_{PC_{Min}} = H_{Cárter_{Min}} + H_{JuntaCárter_{Min}} + H_{Bloco_{Min}} - Tol_{Geom_{Bloco}} + H_{JuntaCabeça_{Min}} \quad (3.48)$$

$$H_{PD_{Max}} = H_{AnelRolos_{Max}} + H_{PortaRolos_{Max}} + H_{Calço_{Max}} \quad (3.49)$$

$$H_{PD_{Min}} = H_{AnelRolos_{Min}} - Tol_{Geom_{AnelRolos}} + H_{PortaRolos_{Min}} + H_{Calço_{Min}} \quad (3.50)$$

tornando-se as expressões inteiramente lineares e independentes, verificando-se ainda, que em nenhuma das expressões a cota é multiplicada por um coeficiente. Assim, conclui-se que todas as cotas contribuem apenas na cota final (e não na variação de outras cotas) e que todas são igualmente influentes. Com este resultado, resta calcular a percentagem de cada tolerância relativa ao somatório das tolerâncias, apresentado na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Tolerâncias relativas à Montagem Exterior e respectiva percentagem do somatório

|                      | <b>Tolerância Dimensional [mm]</b> | <b>Percentagem do Total [%]</b> | <b>Tolerância Geométrica [mm]</b> | <b>Percentagem do Total [%]</b> |
|----------------------|------------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|
| Junta da Cabeça      | ± 0,04                             | 7,2                             | -                                 | -                               |
| Bloco                | ± 0,025                            | 4,5                             | 0,04                              | 3,6                             |
| Junta do Cártter     | ± 0,04                             | 7,2                             | -                                 | -                               |
| Cártter              | ± 0,025                            | 4,5                             | 0,1                               | 9,0                             |
| Calço de Regulação   | ± 0,02                             | 3,6                             | -                                 | -                               |
| Porta Rolos          | ± 0,005                            | 0,9                             | -                                 | -                               |
| Anel do Porta Rolos  | ± 0,03                             | 5,4                             | 0,6                               | 54,1                            |
| Total da Coluna      | ± 0,185                            | 33,3                            | 0,74                              | 66,7                            |
| Total de Tolerâncias | 1,11 mm                            |                                 |                                   |                                 |

Da tabela destaca-se que as tolerâncias geométricas constituem 66,7% do somatório das tolerâncias da Montagem Exterior, e ainda, que uma das tolerâncias geométricas constitui 54,1% do mesmo.



## 4. CONCLUSÃO

Os resultados obtidos serão comparados com os obtidos num estudo prévio. A comparação será feita para evidenciar as diferenças entre uma análise de tolerâncias onde se incluem também as tolerâncias geométricas, para além das dimensionais.

No estudo em que apenas se analisaram as tolerâncias dimensionais, não foi incluído o Calço de Regulação, que resulta numa divergência entre os valores obtidos e, para que possa ser realizada a comparação vai ser incluído ao estudo de tolerâncias dimensionais, a cota do Calço de Regulação e a respectiva tolerância.

Temos então relativamente à Montagem Interior, o valor determinado pela análise das tolerâncias dimensionais, a tolerância correspondente é de:

$$Tol_{Interior_{Dim.}} = 0,57 \text{ mm}$$

com tolerâncias dimensionais e geométricas obteve-se o valor de,

$$Tol_{Interior_{Dim. e Geom.}} = 1,043 \text{ mm}$$

verifica-se que o valor obtido considerando as tolerâncias geométricas é superior ao obtido, a diferença é de 0,473 mm de tolerância que representa um aumento de 83%.

Relativamente à Montagem Exterior, tendo em conta apenas as tolerâncias dimensionais, e com a adição do calço de regulação, tem-se:

$$Tol_{Exterior_{Dim.}} = 0,37 \text{ mm}$$

no presente estudo, onde são contempladas ambas as tolerâncias, obteve-se o valor de,

$$Tol_{Exterior_{Dim. e Geom.}} = 1,11 \text{ mm}$$

observa-se novamente um aumento da tolerância entre as superfícies, de 0,74 mm que corresponde a um aumento de 200%. E finalmente, da combinação dos resultados da análise de tolerâncias dimensionais da Montagem Interior e Exterior tem-se,

$$Tol_{Sistema_{Dim.}} = 0,57 \text{ mm} + 0,37 \text{ mm} = 0,94 \text{ mm}$$

e, para a análise que contempla também as tolerâncias geométricas tem-se,

$$Tol_{Sistema_{Dim. e Geom.}} = 1,043 \text{ mm} + 1,11 \text{ mm} = 2,153 \text{ mm} .$$

Temos portanto uma diferença no resultado final, de 1,213 mm que corresponde a um aumento de 129%.

Na Tabela 4.1 apresenta-se uma síntese dos resultados obtidos no presente estudo, no anterior, e ainda a diferença entre estes.

Tabela 4.1 – Comparação de resultados de análises do mesmo sistema mecânico

| Montagem\Tolerâncias | Dimensionais [mm] | Dimensionais e Geométricas [mm] | Diferença [mm] | Diferença [%] |
|----------------------|-------------------|---------------------------------|----------------|---------------|
| Interior             | 0,57              | 1,043                           | 0,473          | 83,0          |
| Exterior             | 0,37              | 1,11                            | 0,74           | 200,0         |
| Total                | 0,94              | 2,153                           | 1,213          | 129,0         |

É possível observar que a inclusão ou exclusão de tolerâncias geométricas numa análise de tolerâncias tem um efeito claro, aumentando a variação de uma folga. Este resultado vai de encontro com a questão levantada no seguimento de um outro estudo (subcapítulo 1.2), uma vez que este aumento poderá justificar o aumento do número de calços de ajustamento necessários calculado no estudo prévio, convergindo possivelmente, para o número de calços utilizado pela empresa.

Grande parte da diferença na Montagem Exterior pode ser explicada pela existência de uma tolerância geométrica de 0,6 mm que representa mais de metade da tolerância total (consultar Tabela 3.4). Relativamente à contribuição das tolerâncias geométricas nesta montagem, os resultados obtidos do estudo das tolerâncias dimensionais confirmam que as geométricas influenciam directamente o resultado. Tendo em conta que a diferença entre a inclusão de tolerâncias geométricas no estudo resulta numa diferença de 0,74 mm que é o mesmo valor que o somatório das tolerâncias geométricas nesta montagem.

Na Montagem Interior, segundo a Tabela 3.3, verifica-se que as tolerâncias de cada componente influenciam em proporções diferentes o resultado final. Analisando a coluna que representa o produto da influência da tolerância pela percentagem do total, verifica-se que o parâmetro que tem o valor mais elevado é o  $IO_{Rotor2}$ , que representa a tolerância do furo central do Rotor, por onde passa o Veio. A importância deste valor reside na determinação da tolerância ou conjunto de tolerâncias que resultaria numa diminuição mais eficaz da variação total da folga. Se junto a este estudo for realizada uma avaliação do custo associado à redução de tolerâncias, poder-se-iam cruzar os dados e determinar a tolerância a reduzir de forma mais rentável.

Eventuais trabalhos futuros poderiam passar pela determinação do número de calços de ajustamento necessários para colmatar a variação determinada no presente estudo e comparar com o número de calços efectivamente utilizado pela empresa.



Também relevante seria a realização uma análise de tolerâncias através de *software* de análise de tolerâncias (VisVSA, CETOL, 3DCS, entre outros) com o objectivo de relacionar os resultados obtidos através de métodos manuais de análise de tolerâncias com os obtidos da utilização do referido *software* e, ainda, de comparar as diferenças entre uma análise tridimensional para uma bidimensional ou unidimensional.

Considera-se também de interesse, do ponto de vista do fabricante, através da informação recolhida dos processos de fabrico dos componentes, determinar os índices de aptidão do processo,  $C_p$  e  $C_{pk}$ , para cada dimensão ou característica geométrica. Os índices referidos traduzem a aptidão do processo de fabrico, isto é, um processo de fabrico com índices de aptidão próximos de zero resulta na produção de números elevados de componentes fora das especificações, e, com índices muito acima de 1, o inverso aconteceria. Com estes dados e com as influências determinadas no presente estudo, poderiam ser determinadas as tolerâncias que promovam um acréscimo de eficiência do sistema produtivo.

Os ajustamentos entre componentes, que são tradicionalmente projectados e analisados com base nas tolerâncias dimensionais, provaram ser influenciados pela existência de desvios geométricos. É portanto necessário ter em conta que o toleranciamento geométrico não deverá ser, como tradicionalmente tem sido, apenas realizado para garantir a montagem entre componentes mas, também, para a especificação (na fase de projecto) ou determinação (na fase de análise) de folgas ou apertos entre componentes.



## 5. REFERÊNCIAS

- [1] Duarte, J. R. F., "Metodologia para a definição dos calços de regulação das folgas nos sistemas mecânicos - aplicação na produção em série de um produto da indústria automóvel.", DEMI, FCT - UNL, 2012.
- [2] Mourão, A. J. F., "Dimensionamento Funcional e Tecnológico", em *Brochura da disciplina de Tolerânciamento de Sistemas Mecânicos*, FCT - UNL, 2013.
- [3] Nielsen, H. S., "Communicating Functional Requirements with GD&T", em *International Dimensional Workshop*, 2004.
- [4] Hong, Y. S. e Chang, T. C., "A comprehensive review of tolerancing research", *International Journal of Production Research*, vol. 40, pp. 2425-2459, 2002.
- [5] Day, D., Raines, M. e Swift, K., "Process capable tolerancing", *Raines M. and Swift K., CapraTechnology Ltd/UK*, 2005.
- [6] Shen, Z., Ameta, G., Shah, J. J. e Davidson, J. K., "A Comparative Study Of Tolerance Analysis Methods", *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, vol. 5, pp. 247-256, 2005.
- [7] Shen, Z., Shah, J. J. e Davidson, J. K., "Automation of linear tolerance charts and extension to statistical tolerance analysis", 2003.
- [8] Shen, Z., Shah, J. J. e Davidson, J. K., "Automatic generation of min/max tolerance charts for tolerance analysis from CAD models", *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, vol. 21, pp. 869-884, 2008.
- [9] Chase, K. W., Gao, J. e Magleby, S. P., "General 2-D tolerance analysis of mechanical assemblies with small kinematic adjustments", *Journal of Design and Manufacturing*, vol. 5, pp. 263-274, 1995.
- [10] Chase, K. W., Gao, J., Magleby, S. P. e Sorenson, C., "Including geometric feature variations in tolerance analysis of mechanical assemblies", *IIE transactions*, vol. 28, pp. 795-808, 1996.
- [11] Gao, J., Chase, K. W. e Magleby, S. P., "Generalized 3-D tolerance analysis of mechanical assemblies with small kinematic adjustments", *IIE transactions*, vol. 30, pp. 367-377, 1998.
- [12] "ISO 1101: 1983 Technical drawings - Geometric tolerancing - Tolerancing of form, orientation, location and run-out - Generalities, definitions, symbols, indications on drawings.", ed, 1983.
- [13] "ISO/TR 5460: 1985 Technical drawings - Geometrical tolerancing - Tolerancing of form, orientation, location and run-out - Verification principles and methods - Guidelines.", ed, 1985.
- [14] "ISO 5459: 1981 Technical drawings - Geometric tolerancing - Datums and datum-systems for geometrical tolerances.", 1981.
- [15] Anselmetti, B., *Méthode de cotation fonctionnelle*: Hermes Science Publications, 2003.
- [16] Cunha, L. V., *Desenho Técnico - 13.ª Edição*: Fundação Calouste Gulbenkian, 2004.



## 6. ANEXOS

### 6.1. Ficheiros *MatLab*

Nos ficheiros de MatLab a variável F4 corresponde a  $A_{veio}$ .

#### 6.1.1. Função **H\_Total**

Ficheiro “H\_Total.m”.

```
function H_Total=H_Total(Pontos)
%%%Definição de Valores Fixos
%Rotor
L_Rotor_n = 19.073;
H_Rotor_n = 20.248;
Tol_Rotor = 0.05;
Tol_Rotor2 = 0.175;
%Cubo
L_Cubo_n = 19;
H_Cubo_n = 27.4;
Tol_Cubo = 0.05;
%Bloco
Bloco_n = 35.42;
Tol_Bloco = 0.07;
%Pistão
Pist_n = 54.23;
Tol_Pist = 0.05;
%Prato
Tol_Prato = 0.015;
%F1
F1_max = 0.086;
%F2
F2_max = 0.094;
%F3
F3_max = 0.0375;
%F4
F4_max = deg2rad(0.08032);
```

```
    IO_Rotor2 = Pontos(1);
    IO_Rotor1 = Pontos(2);
    A_Rotor = Pontos(3);
    IO_Cubo = Pontos(4);
    A_Cubo = Pontos(5);
    IO_Bloco = Pontos(6);
    IO_Pist = Pontos(7);
    A_Pist = Pontos(8);
    IO_Prato = Pontos(9);
    IO_F1 = Pontos(10);
    A_F1 = Pontos(11);
    IO_F2 = Pontos(12);
    IO_F3 = Pontos(13);
    IO_F4 = Pontos(14);
```

```
%Expressões Intermédias
```

```

L_Rotor = L_Rotor_n - Tol_Rotor * IO_Rotor1 * cos(A_Rotor) + ...
    IO_Rotor2 * Tol_Rotor2;
H_Rotor = H_Rotor_n + Tol_Rotor * IO_Rotor1 * sin(A_Rotor);
L_Cubo = L_Cubo_n - IO_Cubo * Tol_Cubo * cos(A_Cubo);
H_Cubo = H_Cubo_n + IO_Cubo * Tol_Cubo * sin(A_Cubo);
Bloco = Bloco_n + IO_Bloco * Tol_Bloco;
L_Pist = - Tol_Pist * cos(A_Pist) * IO_Pist;
H_Pist = Pist_n + Tol_Pist * sin(A_Pist) * IO_Pist;
L_F1 = - F1_max * IO_F1 * cos(A_F1);
H_F1 = F1_max * IO_F1 * sin(A_F1);
F2 = F2_max * IO_F2;
F3 = F3_max * IO_F3;
F4 = F4_max * IO_F4;

%Expressões InterIntermédias
C_Cubo = sqrt( H_Cubo^2 + L_Cubo^2 );
A_Cubo_i = atan( H_Cubo / L_Cubo );
H_P1 = H_Rotor + H_F1;
L_P1 = L_Rotor + L_F1;
C_Veio = sqrt(2)*(sqrt(-0.5*(cos(F4)^2*((-F2)^2-2*F2*L_P1-...
    H_P1^2+L_P1^2)-2*sin(F4)*cos(F4)*(-F2+L_P1)*H_P1-C_Cubo^2+...
    H_P1^2))+sqrt(2)/2*(cos(F4)*H_P1+sin(F4)*(-F2+L_P1)));
L_Veio = C_Veio * sin( F4 );
L_Cubo_f = L_Rotor + L_F1 - L_Veio;
A_Cubo_f = acos( ( L_Cubo_f - F2 ) / C_Cubo);
A_Prato = A_Cubo_i - A_Cubo_f;
L_Prato = - Tol_Prato * sin(A_Prato) * IO_Prato;
H_Prato = Tol_Prato * cos(A_Prato) * IO_Prato;
H_Veio = C_Veio * cos( F4 );
H_Cubo_f = H_Veio - H_P1;
H_Prato_Inc = ( Bloco + L_Pist + L_Prato - L_Veio - F2 ) *...
    tan( A_Prato );

%Soma Final
H_Total = H_P1 + H_Cubo_f + H_Prato_Inc + H_Prato + F3 + H_Pist;
end

```

### 6.1.2. Cálculo do Máximo e Mínimo

Ficheiro “Ciclo.m”.

```

clc;
clear all;
close all;

tic; %Iniciar contagem de tempo

%Iniciar Variáveis dos Resultados Finais
H_Max=0;
H_Min=1e100;

%Contagem de Iterações
Count = 0;

%Iterações nos Ângulos
Iter = 15;

```



```

%Criação da matriz para criação de ficheiro Excel com resultados
MatrizExcel = {'Referencia', 'Valor';

'Count' Count;
'Tempo' Tempo;
'H_Min' H_Min;
'H_Max' H_Max;
'Tolerância' H_Max-H_Min;}

%Escrever o ficheiro Excel com a matriz de resultados
xlswrite('ResultadosMatlab', MatrizExcel, 'Resultados', 'A1');
xlswrite('ResultadosMatlab', PontosMax, 'Max', 'A1');
xlswrite('ResultadosMatlab', PontosMin, 'Min', 'A1');

```

### 6.1.3. Cálculo da Variação Média e Respetivo Desvio Padrão

Ficheiro “Variacao.m”.

```

clc;
clear all;
close all;

%Número de Iterações
Iter=10^4;

for j=[1:14] %Inicio do ciclo para cada variável
    SumVar=0;
    SumS=0;

    %Estabelecer o ponto inicial depende da variável escolhida
    if j==1 || j==6 || j==9 || j==12 || j==13 || j==14
        Ponto0 = -1;
    end

    if j==3 || j==5 || j==8 || j==11
        Ponto0 = deg2rad(0);
    end

    if j==2 || j==4 || j==7 || j==10
        Ponto0 = 0;
    end

    for i=1:Iter %Ciclo do cálculo da variação média para a variável j

        %Geração de números aleatórios para cada variável
        Pontos = [ -1 + (1-(-1)).*rand(1,1); %IO_Rotor2
                   0 + (1-0).*rand(1,1); %IO_Rotor1
                   deg2rad(0 + (360-0).*rand(1,1)); %A_Tol_Rotor
                   0 + (1-0).*rand(1,1); %IO_Cubo
                   deg2rad(0 + (360-0).*rand(1,1)); %A_Cubo
                   -1 + (1-(-1)).*rand(1,1); %IO_Bloco
                   0 + (1-0).*rand(1,1); %IO_Pist
                   deg2rad(0 + (360-0).*rand(1,1)); %A_Pist
                   -1 + (1-(-1)).*rand(1,1); %IO_Prato

```



```

0 + (1-0).*rand(1,1); %IO_F1
deg2rad(0 + (360-0).*rand(1,1)); %A_F1
-1 + (1-(-1)).*rand(1,1); %IO_F2
-1 + (1-(-1)).*rand(1,1); %IO_F3
-1 + (1-(-1)).*rand(1,1); %IO_F4
];

%Corrigir o ponto de origem da variável j
Pontos(j)=Ponto0;
H_Pontos0 = H_Total(Pontos);

%Incrementar o valor da variável j
if j==1 || j==6 || j==9 || j==12 || j==13 || j==14
    Ponto0=2/Iter;
end

if j==3 || j==5 || j==8 || j==11
    Ponto0=deg2rad(360)/Iter;
end

if j==2 || j==4 || j==7 || j==10
    Ponto0=1/Iter;
end

%Calcular a variação da variável
Ponto2=Pontos(j);
dx=Ponto2-Ponto0;

H_Pontos1 = H_Total(Pontos);

%Calcular a variação na função provocada pela variação da variável
Variacao = abs(H_Pontos1-H_Pontos0)/dx;

%Variável do somatório da variação da função - para a média
SumVar=SumVar+Variacao;

%Variável do somatório da variação da função - para o desvio padrão
SumS=SumS+Variacao^2;
end
%Média da variação
MedVar(j)=SumVar/Iter;
%Desvio padrão da média da variação
SVar(j)=(SumS-MedVar(j))/(Iter-1);
end

disp(MedVar)
disp(SVar)

%Escrever resultados
xlswrite('ResultadosVar', MedVar, 'MedVar', 'A1');
xlswrite('ResultadosVar', SVar, 'MedVar', 'B1');

```

## 6.2. Ficheiro *Mathematica*

Ficheiro “MaxMin.nb”.

Note-se que no texto que se segue, onde se encontra o texto “FUNÇÃOHTOTAL”, este deve ser substituído pelo resultado número 29 (Out[29]).

Nos ficheiros de *Mathematica* a variável F4 corresponde a A\_Tol\_Rotor.

```
In[1]:= ClearAll["Global`*"]

LRotor:=LRotorn-TolRotor*IORotor1*Cos[ARotor]+IORotor2*TolRotor2;

HRotor:=HRotorn+TolRotor*IORotor1*Sin[ARotor];

LCubo:=LCubon-IOCubo*TolCubo*Cos[ACubo];

HCubo:=HCubon+IOCubo*TolCubo*Sin[ACubo];

Bloco:=Blocon+IOBloco*TolBloco;

LPist:=-TolPist*Cos[APist]*IOPist;

HPist:=Pistn+TolPist*Sin[APist]*IOPist;

LF1:=-F1max*IOF1*Cos[AF1];

HF1:=F1max*IOF1*Sin[AF1];

F2:=F2max*IOF2;

F3:=F3max*IOF3;

F4:=F4max*IOF4;

CCubo:=Sqrt[HCubo^2+LCubo^2];

ACuboi:=ArcTan[HCubo/LCubo];

HP1:=HRotor+HF1;

LP1:=LRotor+LF1;

CVeio:=Sqrt[2]*(Sqrt[-0.5*(Cos[F4]^2*((-F2)^2-2*F2*LP1-HP1^2+LP1^2)-
2*Sin[F4]*Cos[F4]*(-F2+LP1)*HP1-CCubo^2+HP1^2)]+Sqrt[2]/2*(Cos[F4]*HP1+Sin[F4]*(-
F2+LP1))));

LVeio:=CVeio*Sin[F4];
```

$$LCubof:=LRotor+LF1-LVeio;$$

$$ACubof:=ArcCos[(LCubof-F2)/CCubo];$$

$$APrato:=ACuboi-ACubof;$$

$$LPrato:=-TolPrato*Sin[APrato]*IOPrato;$$

$$HPrato:=TolPrato*Cos[APrato]*IOPrato;$$

$$HVeio:=CVeio*Cos[F4];$$

$$HCubof:=HVeio-HP1;$$

$$HPratoInc:=(Bloco+LPist+LPrato-LVeio-F2)*Tan[APrato];$$

$$HTotal:=HP1+HCubof+HPratoInc+HPrato+F3+HPist$$

$$In[29]:= HTotal$$

$$\begin{aligned} Out[29]= & F3max \quad IOF3+Pistn+IOPrato \quad TolPrato \quad Cos[ArcCos[(-F2max \\ & IOF2+LRotorn+IORotor2 \quad TolRotor2-F1max \quad IOF1 \quad Cos[AF1]-IORotor1 \quad TolRotor \quad Cos[ARotor]- \\ & Sqrt[2] \quad Sin[F4max \quad IOF4] \quad (1/(Sqrt[2])(Cos[F4max \quad IOF4] \quad (HRotorn+F1max \quad IOF1 \\ & Sin[AF1]+IORotor1 \quad TolRotor \quad Sin[ARotor]))+(-F2max \quad IOF2+LRotorn+IORotor2 \quad TolRotor2- \\ & F1max \quad IOF1 \quad Cos[AF1]-IORotor1 \quad TolRotor \quad Cos[ARotor]) \quad Sin[F4max \quad IOF4])+0.707107 \\ & \sqrt{Sqrt[(LCubon-IOCubo \quad TolCubo \quad Cos[ACubo])^2+(HCubon+IOCubo \quad TolCubo \\ & Sin[ACubo])^2-(HRotorn+F1max \quad IOF1 \quad Sin[AF1]+IORotor1 \quad TolRotor \quad Sin[ARotor])^2- \\ & Cos[F4max \quad IOF4]^2 \quad (F2max^2 \quad IOF2^2-2 \quad F2max \quad IOF2 \quad (LRotorn+IORotor2 \quad TolRotor2-F1max \\ & IOF1 \quad Cos[AF1]-IORotor1 \quad TolRotor \quad Cos[ARotor])+(LRotorn+IORotor2 \quad TolRotor2-F1max \\ & IOF1 \quad Cos[AF1]-IORotor1 \quad TolRotor \quad Cos[ARotor])^2-(HRotorn+F1max \quad IOF1 \\ & Sin[AF1]+IORotor1 \quad TolRotor \quad Sin[ARotor])^2)+2 \quad (-F2max \quad IOF2+LRotorn+IORotor2 \\ & TolRotor2-F1max \quad IOF1 \quad Cos[AF1]-IORotor1 \quad TolRotor \quad Cos[ARotor]) \quad Cos[F4max \quad IOF4] \\ & (HRotorn+F1max \quad IOF1 \quad Sin[AF1]+IORotor1 \quad TolRotor \quad Sin[ARotor]) \quad Sin[F4max \\ & IOF4]))/(Sqrt[(LCubon-IOCubo \quad TolCubo \quad Cos[ACubo])^2+(HCubon+IOCubo \quad TolCubo \\ & Sin[ACubo])^2]]-ArcTan[(HCubon+IOCubo \quad TolCubo \quad Sin[ACubo])/(LCubon-IOCubo \\ & TolCubo \quad Cos[ACubo])]+IOPist \quad TolPist \quad Sin[APist]+Sqrt[2] \quad Cos[F4max \quad IOF4] \\ & ((1/Sqrt[2])(Cos[F4max \quad IOF4] \quad (HRotorn+F1max \quad IOF1 \quad Sin[AF1]+IORotor1 \quad TolRotor \\ & Sin[ARotor])+(-F2max \quad IOF2+LRotorn+IORotor2 \quad TolRotor2-F1max \quad IOF1 \quad Cos[AF1]-IORotor1 \\ & TolRotor \quad Cos[ARotor]) \quad Sin[F4max \quad IOF4])+0.707107 \quad \sqrt{Sqrt[(LCubon-IOCubo \quad TolCubo \\ & Cos[ACubo])^2+(HCubon+IOCubo \quad TolCubo \quad Sin[ACubo])^2-(HRotorn+F1max \quad IOF1 \\ & Sin[AF1]+IORotor1 \quad TolRotor \quad Sin[ARotor])^2-Cos[F4max \quad IOF4]^2 \quad (F2max^2 \quad IOF2^2-2 \\ & F2max \quad IOF2 \quad (LRotorn+IORotor2 \quad TolRotor2-F1max \quad IOF1 \quad Cos[AF1]-IORotor1 \quad TolRotor \\ & Cos[ARotor])+(LRotorn+IORotor2 \quad TolRotor2-F1max \quad IOF1 \quad Cos[AF1]-IORotor1 \quad TolRotor \\ & Cos[ARotor])^2-(HRotorn+F1max \quad IOF1 \quad Sin[AF1]+IORotor1 \quad TolRotor \quad Sin[ARotor])^2)+2 \quad (- \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& F2_{\max} \text{ IOF2} + L_{\text{Rotorn}} + I_{\text{ORotor2}} \text{ TolRotor2} - F1_{\max} \text{ IOF1} \cos[AF1] - I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \\
& \cos[ARotor]) \cos[F4_{\max} \text{ IOF4}] (H_{\text{Rotorn}} + F1_{\max} \text{ IOF1} \sin[AF1] + I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \\
& \sin[ARotor]) \sin[F4_{\max} \text{ IOF4}]) - (B_{\text{locon}} - F2_{\max} \text{ IOF2} + I_{\text{OBloco}} \text{ TolBloco} - I_{\text{OPist}} \text{ TolPist} \\
& \cos[APist] - \sqrt{2} \sin[F4_{\max} \text{ IOF4}] ((1/\sqrt{2})) (\cos[F4_{\max} \text{ IOF4}] (H_{\text{Rotorn}} + F1_{\max} \text{ IOF1} \\
& \sin[AF1] + I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \sin[ARotor]) + (-F2_{\max} \text{ IOF2} + L_{\text{Rotorn}} + I_{\text{ORotor2}} \text{ TolRotor2} - \\
& F1_{\max} \text{ IOF1} \cos[AF1] - I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \cos[ARotor]) \sin[F4_{\max} \text{ IOF4}]) + 0.707107 \\
& \sqrt{((L_{\text{Cubon}} - I_{\text{OCubo}} \text{ TolCubo} \cos[ACubo])^2 + (H_{\text{Cubon}} + I_{\text{OCubo}} \text{ TolCubo} \\
& \sin[ACubo])^2 - (H_{\text{Rotorn}} + F1_{\max} \text{ IOF1} \sin[AF1] + I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \sin[ARotor])^2 - \\
& \cos[F4_{\max} \text{ IOF4}]^2 (F2_{\max}^2 \text{ IOF2}^2 - 2 F2_{\max} \text{ IOF2} (L_{\text{Rotorn}} + I_{\text{ORotor2}} \text{ TolRotor2} - F1_{\max} \\
& \text{IOF1} \cos[AF1] - I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \cos[ARotor]) + (L_{\text{Rotorn}} + I_{\text{ORotor2}} \text{ TolRotor2} - F1_{\max} \\
& \text{IOF1} \cos[AF1] - I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \cos[ARotor])^2 - (H_{\text{Rotorn}} + F1_{\max} \text{ IOF1} \\
& \sin[AF1] + I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \sin[ARotor])^2) + 2 (-F2_{\max} \text{ IOF2} + L_{\text{Rotorn}} + I_{\text{ORotor2}} \\
& \text{TolRotor2} - F1_{\max} \text{ IOF1} \cos[AF1] - I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \cos[ARotor]) \cos[F4_{\max} \text{ IOF4}] \\
& (H_{\text{Rotorn}} + F1_{\max} \text{ IOF1} \sin[AF1] + I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \sin[ARotor]) \sin[F4_{\max} \\
& \text{IOF4}])) + I_{\text{Prato}} \text{ TolPrato} \sin[\arccos((-F2_{\max} \text{ IOF2} + L_{\text{Rotorn}} + I_{\text{ORotor2}} \text{ TolRotor2} - F1_{\max} \\
& \text{IOF1} \cos[AF1] - I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \cos[ARotor] - \sqrt{2} \sin[F4_{\max} \text{ IOF4}] \\
& (1/(\sqrt{2})) (\cos[F4_{\max} \text{ IOF4}] (H_{\text{Rotorn}} + F1_{\max} \text{ IOF1} \sin[AF1] + I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \\
& \sin[ARotor]) + (-F2_{\max} \text{ IOF2} + L_{\text{Rotorn}} + I_{\text{ORotor2}} \text{ TolRotor2} - F1_{\max} \text{ IOF1} \cos[AF1] - I_{\text{ORotor1}} \\
& \text{TolRotor} \cos[ARotor]) \sin[F4_{\max} \text{ IOF4}]) + 0.707107 \sqrt{((L_{\text{Cubon}} - I_{\text{OCubo}} \text{ TolCubo} \\
& \cos[ACubo])^2 + (H_{\text{Cubon}} + I_{\text{OCubo}} \text{ TolCubo} \sin[ACubo])^2 - (H_{\text{Rotorn}} + F1_{\max} \text{ IOF1} \\
& \sin[AF1] + I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \sin[ARotor])^2 - \cos[F4_{\max} \text{ IOF4}]^2 (F2_{\max}^2 \text{ IOF2}^2 - 2 \\
& F2_{\max} \text{ IOF2} (L_{\text{Rotorn}} + I_{\text{ORotor2}} \text{ TolRotor2} - F1_{\max} \text{ IOF1} \cos[AF1] - I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \\
& \cos[ARotor]) + (L_{\text{Rotorn}} + I_{\text{ORotor2}} \text{ TolRotor2} - F1_{\max} \text{ IOF1} \cos[AF1] - I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \\
& \cos[ARotor])^2 - (H_{\text{Rotorn}} + F1_{\max} \text{ IOF1} \sin[AF1] + I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \sin[ARotor])^2) + 2 (- \\
& F2_{\max} \text{ IOF2} + L_{\text{Rotorn}} + I_{\text{ORotor2}} \text{ TolRotor2} - F1_{\max} \text{ IOF1} \cos[AF1] - I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \\
& \cos[ARotor]) \cos[F4_{\max} \text{ IOF4}] (H_{\text{Rotorn}} + F1_{\max} \text{ IOF1} \sin[AF1] + I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \\
& \sin[ARotor]) \sin[F4_{\max} \text{ IOF4}])) / (\sqrt{(L_{\text{Cubon}} - I_{\text{OCubo}} \text{ TolCubo} \\
& \cos[ACubo])^2 + (H_{\text{Cubon}} + I_{\text{OCubo}} \text{ TolCubo} \sin[ACubo])^2}) - \arctan[(H_{\text{Cubon}} + I_{\text{OCubo}} \\
& \text{TolCubo} \sin[ACubo]) / (L_{\text{Cubon}} - I_{\text{OCubo}} \text{ TolCubo} \cos[ACubo])]) \tan[\arccos((-F2_{\max} \\
& \text{IOF2} + L_{\text{Rotorn}} + I_{\text{ORotor2}} \text{ TolRotor2} - F1_{\max} \text{ IOF1} \cos[AF1] - I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \cos[ARotor] - \\
& \sqrt{2} \sin[F4_{\max} \text{ IOF4}] (1/(\sqrt{2})) (\cos[F4_{\max} \text{ IOF4}] (H_{\text{Rotorn}} + F1_{\max} \text{ IOF1} \\
& \sin[AF1] + I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \sin[ARotor]) + (-F2_{\max} \text{ IOF2} + L_{\text{Rotorn}} + I_{\text{ORotor2}} \text{ TolRotor2} - \\
& F1_{\max} \text{ IOF1} \cos[AF1] - I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \cos[ARotor]) \sin[F4_{\max} \text{ IOF4}]) + 0.707107 \\
& \sqrt{((L_{\text{Cubon}} - I_{\text{OCubo}} \text{ TolCubo} \cos[ACubo])^2 + (H_{\text{Cubon}} + I_{\text{OCubo}} \text{ TolCubo} \\
& \sin[ACubo])^2 - (H_{\text{Rotorn}} + F1_{\max} \text{ IOF1} \sin[AF1] + I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \sin[ARotor])^2 - \\
& \cos[F4_{\max} \text{ IOF4}]^2 (F2_{\max}^2 \text{ IOF2}^2 - 2 F2_{\max} \text{ IOF2} (L_{\text{Rotorn}} + I_{\text{ORotor2}} \text{ TolRotor2} - F1_{\max} \\
& \text{IOF1} \cos[AF1] - I_{\text{ORotor1}} \text{ TolRotor} \cos[ARotor]) + (L_{\text{Rotorn}} + I_{\text{ORotor2}} \text{ TolRotor2} - F1_{\max}
\end{aligned}$$

$$\frac{\text{IOF1} \cos[\text{AF1}] - \text{IORotor1} \text{ TolRotor} \cos[\text{ARotor}]^2 - (\text{HRotorn} + \text{F1max} \text{ IOF1} \sin[\text{AF1}] + \text{IORotor1} \text{ TolRotor} \sin[\text{ARotor}]^2) + 2 (-\text{F2max} \text{ IOF2} + \text{LRotorn} + \text{IORotor2} \text{ TolRotor} - \text{F1max} \text{ IOF1} \cos[\text{AF1}] - \text{IORotor1} \text{ TolRotor} \cos[\text{ARotor}]) \cos[\text{F4max} \text{ IOF4}] + (\text{HRotorn} + \text{F1max} \text{ IOF1} \sin[\text{AF1}] + \text{IORotor1} \text{ TolRotor} \sin[\text{ARotor}]) \sin[\text{F4max} \text{ IOF4}])}{(\sqrt{(\text{LCubon} - \text{IOCubo} \text{ TolCubo} \cos[\text{ACubo}])^2 + (\text{HCubon} + \text{IOCubo} \text{ TolCubo} \sin[\text{ACubo}])^2}}) - \text{ArcTan}[(\text{HCubon} + \text{IOCubo} \text{ TolCubo} \sin[\text{ACubo}]) / (\text{LCubon} - \text{IOCubo} \text{ TolCubo} \cos[\text{ACubo}])]}]$$

In[30]:= LRotorn=19.073; HRotorn=20.248; TolRotor=0.05; TolRotor2=0.175;  
 LCubon=19; HCubon=27.4; TolCubo=0.05; Blocon=35.42; TolBloco=0.07; Pistn=54.23;  
 TolPist=0.05; TolPrato=0.015; F1max=0.086; F2max=0.094; F3max=0.0375; F4max=0.0014;

Maximize[{“FUNÇÃOHTOTAL”, -1<=IORotor2<=1 && 0<=IORotor1<=1&&  
 0<=ARotor<=2\*Pi&& 0<=IOCubo<=1&& 0<=ACubo<=2\*Pi&& -1<=IOBloco<=1&&  
 0<=IOPist<=1&& 0<=APist<=2\*Pi&& -1<=IOPrato<=1&& 0<=IOF1<=1&&  
 0<=AF1<=2\*Pi&& -1<=IOF2<=1&& -1<=IOF3<=1&& -1<=IOF4<=1}, {IORotor2,  
 IORotor1, ARotor, IOCubo, ACubo, IOBloco, IOPist, APist, IOPrato, IOF1, AF1, IOF2, IOF3,  
 IOF4}]

Out[46]= {102.444, {IORotor2->1., IORotor1->1., ARotor->2.10854, IOCubo->1.,  
 ACubo->1.01453, IOBloco->1., IOPist->1., APist->1.58933, IOPrato->1., IOF1->1., AF1->2.10856,  
 IOF2->-1., IOF3->1., IOF4->-1.}}

In[47]:= Minimize[{“FUNÇÃOHTOTAL”, -1<=IORotor2<=1 && 0<=IORotor1<=1  
 && 0<=ARotor<=2\*Pi && 0<=IOCubo<=1 && 0<=ACubo<=2\*Pi && -1<=IOBloco<=1 &&  
 0<=IOPist<=1 && 0<=APist<=2\*Pi && -1<=IOPrato<=1 && 0<=IOF1<=1 &&  
 0<=AF1<=2\*Pi && -1<=IOF2<=1 && -1<=IOF3<=1 && -1<=IOF4<=1}, {IORotor2,  
 IORotor1, ARotor, IOCubo, ACubo, IOBloco, IOPist, APist, IOPrato, IOF1, AF1, IOF2, IOF3,  
 IOF4}]

Out[47]= {101.449, {IORotor2->-1., IORotor1->1., ARotor->5.25712, IOCubo->1.,  
 ACubo->4.18223, IOBloco->1., IOPist->1., APist->4.69781, IOPrato->-1., IOF1->1., AF1->0.,  
 IOF2->1., IOF3->-1., IOF4->1.}}